

1. feladat (7+9=16 pont)

- a) Hogyan számoljuk ki két trigonometrikus alakban felírt komplex szám hányadosát?
b) Adja meg algebrai alakban az $\frac{(1+i)^7}{(1-i)^5}$ számot!

2. feladat (10 pont)

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{\left(\frac{2n}{3n+1}\right)^{n+1}} = ?$$

3. feladat (6+10=16 pont)

- a) Ismertesse a L'Hospital-szabályt!
b) $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{\sqrt{2-x} - \sqrt{8-x^2}}{2+x} = ?$

4. feladat (8+10=18 pont)

- a) Adjon egy szükséges valamint egy elégséges feltételt arra, hogy az $f : I \rightarrow \mathbb{R}$ teljes értelmezési tartományán differenciálható függvénynek az $x_0 \in I$ pontban lokális szélsőérték helye van! (Tehát két állítást kell megfogalmaznia!)
b) Mely intervallumokon monoton az $f(x) = \frac{x}{x^2+2}$ függvény? Hol vannak lokális szélsőértékei?

5. feladat* (8+6=14 pont)

- a) Ismertesse és indokolja a parciális integrálás módszerét!
b) Adja meg a $(x+2)e^{3x}$ függvény határozatlan integrálját!

6. feladat* (7+7=14 pont)

Határozza meg az alábbi integrálokat!

a) $\int \sin(3x)(4+\cos(3x))^2 dx,$ b) $\int_{x=1}^4 \frac{1}{\sqrt{x}+x} dx$ ($t = \sqrt{x}$ helyettesítéssel)

7. feladat* (12 pont)

Konvergens-e az alábbi improprius integrál? Ha igen, adja meg az értékét!

$$\int_0^{\infty} \frac{x}{x^3 + 3x^2 + 3x + 1} dx$$

IMSC feladat (4+5+5=14 IMSC pont)

- a) Mikor mondjuk, hogy egy függvény az $I \subset \mathbb{R}$ intervallumon egyenletesen folytonos? Mondja ki a definíciót!
b) Egyenletesen folytonos-e az $f(x) = \frac{1}{x}$ függvény az $I_1 = (0, 1]$ valamint az $I_2 = [1, \infty)$ intervallumon? (Állításait bizonyítsa be!)

A *-gal jelölt feladatokból legalább 16 pontot el kell érni!