1. feladat (8+5=13 pont)
Adja meg a következő komplex mennyiségeket exponenciális alakban!

$$a)\quad (1-\mathrm{i})^4(\sqrt{3}+\mathrm{i})^7, \qquad b)\quad \frac{\mathrm{i}^3}{1-\sqrt{3}\mathrm{i}}.$$

2. feladat (12 pont)
Oldja meg a $2\overline{z} = z^n,\ z \in \mathbb{C}, n \in \mathbb{N}$ egyenletet!

3. feladat (5+8=13 pont)

a) Mikor mondjuk, hogy $\lim\limits_{n\to\infty} a_n = -\infty$? (Írja le a definíciót!)

b) A definícióval igazolja, hogy

$$\lim_{n\to\infty} (\sqrt{n^2+1} - n) = 0.$$

4. feladat (8+7+7+8=30 pont)
Határozza meg a következő sorozatok határértékét!

$$a)\quad a_n = \frac{1+2+...+n}{n+3} - \frac{n}{2}, \qquad b)\quad b_n = -\frac{2n^3}{2n^2+3} + \frac{5n^2}{5n+1},$$

$$c)\quad c_n = \left(\frac{n+3}{2n+1}\right)^n, \qquad d)\quad d_n = \sqrt[n]{\frac{5^n+n^2}{2n^2+3^n}}.$$

5. feladat (6+6+6=18 pont)

$$a_1 = \sqrt{3}, \quad a_{n+1} = \sqrt{a_n + 6}.$$

a) Igazolja, hogy a sorozat korlátos!

b) Igazolja, hogy az a_n sorozat monoton nő!

c) Határozza meg az a_n sorozat határértékét!

6. feladat (14 pont)
Határozza meg a következő sorozat limesz szuperiorját, limesz inferiorját valamint limeszét, ha létezik!

$$a_n = \frac{4^{n+1}}{9^n \cos(\pi n) + 3^{2n} + 4^n}$$

IMSC feladat (8 IMSC pont)
Tetszőleges $r > 0$-ra adjon példát olyan $a_n \to +0, b_n \to 0$ sorozatokra, melyekre

$$a_n^{b_n} \to r,\ n \to \infty.$$