

Név: JAVÍTÓ	Nagypélda:	JEGY
NEPTUN:	Kispéldák:	
Aláírás:	Összpont:	

Csak **EGÉSZ PONTSZÁM** adható (a kispéldákra is)!

NAGYPÉLDA – 10 PONT (A megoldást külön lapra kérjük!)

Egy ideális, $Z_0 = 75 \Omega$ hullámimpedanciájú, $l = 15$ m hosszúságú távvezeték egy $R = 25 \Omega$ értékű ellenállás zár le. A vezeték elejére változtatható frekvenciájú generátor csatlakozik; a vezetéken mért hullámhosszt jelölje λ .

a. Adja meg a bemeneti impedanciát a vezeték elején, ha $\lambda = 2l$ (2 p.)

$$\beta l = 2\pi \frac{l}{\lambda} = \pi \quad (1 \text{ p.})$$

$$Z_{\text{be}} = Z_0 \frac{R + jZ_0 \operatorname{tg} \beta l}{Z_0 + jR \operatorname{tg} \beta l} = R = 25 \Omega \quad (1 \text{ p.})$$

b. Adja meg az áramerősség komplex amplitúdóját a vezeték elején, ha $\lambda = 2l$ és az ellenálláson a feszültség komplex csúcserőértéke $(25 + j25)$ V! (1 p.)

$$I_1 = jU_2/Z_0 \sin \beta l + (U_2/R) \cos \beta l = -U_2/R = -(1 + j)\text{A} (= 1,41e^{-j2.356}\text{A}) \quad (1 \text{ p.})$$

c. Mekkora *meddő* teljesítményt fogyaszt a távvezeték akkor, ha a bementi impedancia a vezeték elején $Z_{\text{be}} = (25,6 + j11,1)\Omega$, és a feszültség amplitúdója ugyanitt 120 V? (2 p.)

$$S_1 = \frac{\hat{U}_1^2}{2Z_{\text{be}}^*} = (236,7 + j102,7)\text{VA} \quad (1 \text{ p.})$$

Mivel a fogyasztó rezisztív, a TV által fogyasztott meddő telj.:

$$Q = \operatorname{Im}\{S_1\} = 102,7 \text{ var} \quad (1 \text{ p.})$$

d. Mekkora λ legnagyobb olyan értéke, amelyen a vezeték elején a bemeneti impedancia valós része Z_0 ? (4 p.)

A bemeneti impedancia formulája valós nevezőjűvé alakítva:

$$Z_{\text{be}} = Z_0 \frac{RZ_0(1 + \operatorname{tg}^2 \beta l) + j(Z_0^2 - R^2)\operatorname{tg}^2 \beta l}{Z_0^2 + R^2 \operatorname{tg}^2 \beta l} \quad (2 \text{ p.})$$

$$Z_0 \triangleq Z_0 \frac{RZ_0(1 + \operatorname{tg}^2 \beta l)}{Z_0^2 + R^2 \operatorname{tg}^2 \beta l} \Rightarrow \operatorname{tg}^2 \beta l = \frac{Z_0}{R} = 3 \quad (1 \text{ p.})$$

Mivel β keresett értéke a $(0, \pi/2)$ intervallumba esik:

$$\beta l = 2\pi \frac{l}{\lambda_{\text{max}}} = \pi/3 \Rightarrow \lambda_{\text{max}} = 6l = 90 \text{ m} \quad (1 \text{ p.})$$

e. Mekkora a vezeték szigetelésének relatív permittivitása, ha 10 MHz frekvenciájú gerjesztés mellett $\lambda = 20$ m? (1 p.)

$$v = \frac{c}{\sqrt{\epsilon_r}} = f\lambda \Rightarrow \epsilon_r = 2,25 \quad (1 \text{ p.})$$

KISPELDÁK – 5 × 2 PONT (Kérjük, hogy a választ a feladatlapra írja!)

1. Egy ideális, 50Ω hullámimpedanciájú távvezeték a hullámhossznál hosszabb, és rajta a feszültség maximális ill. minimális amplitúdója 100 V ill. 25 V. Mekkora hatásos teljesítmény áramlik a távvezetéken?

$$P = 25 \text{ W}$$

2. Adja meg az 1. kispéldában szereplő távvezeték végén a reflexiós tényező abszolútértékét!

$$|r_2| = 0,6$$

3. Egy veszteséges távvezeték a hullámimpedanciájával megegyező impedancia zár le. A terjedési tényező $(0,2 + j1,5)\text{m}^{-1}$. A vezeték hossza a hullámhosszal megegyező. Mekkora a vezeték végén és elején mérhető feszültségamplitúdók aránya?

$$\hat{U}_2/\hat{U}_1 = 0,433$$

4. Írja fel az elektromágneses hullámtan homogén Helmholtz-egyenletét az **E** térerősségre vonatkozóan vákuumban az ω paraméter és a μ_0, ϵ_0 állandók felhasználásával!

$$\Delta \mathbf{E} + \omega^2 \mu_0 \epsilon_0 \mathbf{E} = \mathbf{0}$$

5. Mely frekvencián lesz a behatolási mélység rézben 1 mm? ($\sigma_{\text{réz}} = 57 \text{ MS/m}$)

$$f = 4,44 \text{ kHz}$$

Pontszám	Osztályzat
0 - 9	elégtelen (1)
10 - 13	elégséges (2)
14 - 15	közepes (3)
16 - 17	jó (4)
18 - 20	jeles (5)

Név: JAVÍTÓ	Nagypélda:	JEGY
NEPTUN:	Kispéldák:	
Aláírás:	Összpont:	

Csak **EGÉSZ PONTSZÁM** adható (a kispéldákra is)!

NAGYPÉLDA – 10 PONT (A megoldást külön lapra kérjük!)

Egy ideális, $Z_0 = 120\Omega$ hullámimpedanciájú, $l = 3\text{ m}$ hosszúságú távvezeték egy $R = 40\Omega$ értékű ellenállás zár le. A vezeték elejére változtatható frekvenciájú generátor csatlakozik; a vezetéken mért hullámhosszt jelölje λ .

a. Adja meg a bemeneti impedanciát a vezeték elején, ha $\lambda = 2l$ (2 p.)

$$\beta l = 2\pi \frac{l}{\lambda} = \pi \quad (1 \text{ p.})$$

$$Z_{\text{be}} = Z_0 \frac{R + jZ_0 \operatorname{tg} \beta l}{Z_0 + jR \operatorname{tg} \beta l} = R = 40\Omega \quad (1 \text{ p.})$$

b. Adja meg a feszültség komplex amplitúdóját a vezeték elején, ha $\lambda = 2l$ és az ellenálláson az áramerősség komplex csúcserőértéke $(50 + j50)\text{ mA}$! (1 p.)

$$U_1 = (RI_2) \cos \beta l + jZ_0 I_2 \sin \beta l = -RI_2 = -(2 + j2)\text{ V} (= 2,82e^{-j2.356}\text{ V}) \quad (1 \text{ p.})$$

c. Mekkora *meddő* teljesítményt fogyaszt a távvezeték akkor, ha a bementi impedancia a vezeték elején $Z_{\text{be}} = (44,6 + j38,3)\Omega$, és a feszültség amplitúdója ugyanitt 120 V ? (2 p.)

$$S_1 = \frac{\hat{U}_1^2}{2Z_{\text{be}}^*} = (92,9 + j79,8)\text{ VA} \quad (1 \text{ p.})$$

Mivel a fogyasztó rezisztív, a TV által fogyasztott meddő telj.:

$$Q = \operatorname{Im}\{S_1\} = 79,8 \text{ var} \quad (1 \text{ p.})$$

d. Mekkora a vezeték szigetelésének relatív permittivitása, ha 10 MHz frekvenciájú gerjesztés mellett $\lambda = 15\text{ m}$? (1 p.)

$$v = \frac{c}{\sqrt{\epsilon_r}} = f\lambda \Rightarrow \epsilon_r = 4 \quad (1 \text{ p.})$$

e. Adja meg λ legnagyobb olyan értékét, amelyen a vezeték elején a bemeneti impedancia valós része Z_0 ! (4 p.)

A bemeneti impedancia formulája valós nevezőjűvé alakítva:

$$Z_{\text{be}} = Z_0 \frac{RZ_0(1 + \operatorname{tg}^2 \beta l) + j(Z_0^2 - R^2)\operatorname{tg}^2 \beta l}{Z_0^2 + R^2 \operatorname{tg}^2 \beta l} \quad (2 \text{ p.})$$

$$Z_0 \triangleq Z_0 \frac{RZ_0(1 + \operatorname{tg}^2 \beta l)}{Z_0^2 + R^2 \operatorname{tg}^2 \beta l} \Rightarrow \operatorname{tg}^2 \beta l = \frac{Z_0}{R} = 3 \quad (1 \text{ p.})$$

Mivel β keresett értéke a $(0, \pi/2)$ intervallumba esik:

$$\beta l = 2\pi \frac{l}{\lambda_{\text{max}}} = \pi/3 \Rightarrow \lambda_{\text{max}} = 6l = 18\text{ m} \quad (1 \text{ p.})$$

KISPELDÁK – 5 × 2 PONT (Kérjük, hogy a választ a feladatlapra írja!)

1. Egy veszteséges távvezeték a hullámimpedanciájával megegyező impedancia zár le. A terjedési tényező $(0,3 + j1,2)\text{ m}^{-1}$. A vezeték hossza a hullámhosszal megegyező. Mekkora a vezeték végén és elején mérhető áramamplitúdók aránya?

$$\hat{I}_2 / \hat{I}_1 = 0,208$$

2. Egy ideális, 50Ω hullámimpedanciájú távvezeték a hullámhossznál hosszabb, és rajta a feszültség maximális ill. minimális amplitúdója 50 V ill. 10 V . Mekkora hatásos teljesítmény áramlik a távvezetéken?

$$P = 5\text{ W}$$

3. Adja meg a 2. kispéldában szereplő távvezeték végén a reflexió tényező abszolútértékét!

$$|r_2| = 0,667$$

4. Mely frekvencián lesz a behatolási mélység alumíniumban 1 mm ? ($\sigma_{\text{Alu}} = 35\text{ MS/m}$)

$$f = 7,24\text{ kHz}$$

5. Írja fel az elektromágneses hullámtan homogén Helmholtz-egyenletét a **H** térerősségre vákuumban a γ terjedési együttható felhasználásával, és fejezze ki γ értékét a körfrekvenciával és a közegparaméterekkel!

$$\Delta \mathbf{H} - \gamma^2 \mathbf{H} = \mathbf{0}, \quad \gamma = j\omega \sqrt{\mu_0 \epsilon_0} \quad (= j\omega/c)$$

Pontszám	Osztályzat
0 - 9	elégtelen (1)
10 - 13	elégséges (2)
14 - 15	közepes (3)
16 - 17	jó (4)
18 - 20	jeles (5)