

# 1. Zárthelyi 2008 ősz A3 90 perc

- ✓1. Adja meg azt a függvényegyenletet, melynek differenciálható megoldásai az  $y' = \frac{x+1}{y^4+1}$  ✓  
differenciálegyenlet általános megoldása és ellenőrizze a kapott eredményt!
2. Adja meg az  $\frac{1+xy}{y} dx - \frac{x}{y^2} dy = 0$ ,  $y(1) = -2$  kezdetiérték-feladat megoldását!
- ✗3. Oldja meg az  $y' - 4y = 2x$  differenciálegyenletet! ✗
- ✓4. Határozza meg az  $y'' - 6y' + 9y = e^{3x}$  differenciálegyenlet általános megoldását! ✓
- ✓5. Oldja meg az  $\dot{x}_1 = 3x_1 + x_2$ ,  $\dot{x}_2 = x_1 + 3x_2$ ,  $x_1(0) = 1$ ,  $x_2(0) = -1$  differenciálegyenlet-rendszerre vonatkozó kezdetiérték problémát (ponttal a  $t$  változó szerinti deriváltat jelöljük).
- 6.
- ✓(1) Melyik igaz, melyik nem a differenciálegyenletekre vonatkozóan?  
(a) A szeparábilis differenciálegyenlet mindig a következő alakra hozható:  $y' = f(x) + g(y)$   
(b) A lineáris differenciálegyenlet partikuláris megoldása az inhomogén egyenlet összes megoldása  
(c) A lineáris differenciálegyenlet általános megoldása az egyenlet összes megoldása  
(d) A  $g(x,y) dx + h(x,y) dy = 0$  alakú differenciálegyenleteket egzaktoknak nevezzük
- (2) Legyen  $f$  és  $g$  mindenütt folytonos valós függvények,  $L$  a mindenütt deriválható valós függvények halmaza és minden  $y \in L$ -re  $Ay = y' + f(x)y$ . Ekkor  
(a)  $L$  lineáris tér  
(b)  $A$   $L$ -en értelmezett lineáris operátor  
(c)  $A$  képtere az  $y' + f(x)y = g(x)$  lineáris differenciálegyenlet általános megoldása  
(d)  $A$  magtere az  $y' + f(x)y = 0$  lineáris differenciálegyenlet általános megoldása