

1. feladat (8+5=13 pont)

Adja meg a következő komplex mennyiségeket exponenciális alakban!

$$a) (1+i)^4(\sqrt{3}+i)^5, \quad b) \frac{i}{1+\sqrt{3}i}.$$

2. feladat (12 pont)

Oldja meg a $\bar{z} = z^n$, $z \in \mathbb{C}$, $n \in \mathbb{N}$ egyenletet!

3. feladat (5+8=13 pont)

a) Mikor mondjuk, hogy $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = -\infty$? (Írja le a definíciót!)

b) A definícióval igazolja, hogy

$$\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n+1} - \sqrt{n}) = 0.$$

4. feladat (8+7+7+8=30 pont)

Határozza meg a következő sorozatok határértékét!

$$a) a_n = \frac{1+2+\dots+n}{n+2} - \frac{n}{2}, \quad b) b_n = \frac{2n^3}{2n^2+3} + \frac{-5n^2}{5n+1},$$
$$c) c_n = \left(\frac{2n+3}{n+1}\right)^n, \quad d) d_n = \sqrt[n]{\frac{5^n+n^2}{2n^2+2^n}}.$$

5. feladat (6+6+6=18 pont)

$$a_1 = \sqrt{2}, \quad a_{n+1} = \sqrt{a_n + 2}.$$

a) Igazolja, hogy a sorozat korlátos!

b) Igazolja, hogy az a_n sorozat monoton nő!

c) Határozza meg az a_n sorozat határértékét!

6. feladat (14 pont)

Határozza meg a következő sorozat limesz superiorját, limesz inferiorját valamint limeszét, ha létezik!

$$a_n = \frac{4^{n-1}}{9^n \cos(\pi n) + 3^{2n} + 4^n}$$

IMSC feladat (8 IMSC pont)

Tetszőleges $r > 0$ -ra adjon példát olyan $a_n \rightarrow +0$, $b_n \rightarrow 0$ sorozatokra, melyekre

$$a_n^{b_n} \rightarrow r, \quad n \rightarrow \infty.$$