

Név: _____

Neptun kód: _____

--	--	--	--	--	--

1.	2.	3.	4.	5.	6.	Σ

1. feladat (16 pont)

Adjuk meg explicit alakban a következő differenciálegyenlet általános megoldását!

$$x \mapsto y(x)? \quad y' = \frac{x(x + 2y) + 1}{x^2 + 1}.$$

2. feladat (16 pont)

Oldjuk meg a következő differenciálegyenletet az adott kezdeti feltétellel!

$$x \mapsto y(x)? \quad y' = 2(y + 3e^x) - y'', \quad y(0) = y'(0) = 2.$$

A megoldást explicit alakban kell megadni.

3. feladat (18 pont)

Egy megfelelő helyettesítés alkalmazásával (vagy bárhogy másképp) találjuk meg a

$$x \mapsto y(x)? \quad y' = \frac{(x + y)^2}{xy} \quad (x, y \neq 0)$$

differenciálegyenlet összes megoldását. A megoldásfüggvényeket elég implicit alakban megadni.
(Segítség: először bontsuk szét az egyenlet jobb oldalát, és egyszerűsítsük a tagokat.)

4. feladat (18 pont)

Tekintsük a

$$x \mapsto y(x)? \quad y' = \left(\arctan(y) - \frac{\pi}{4} \right) \frac{x^3 + 8}{\sin(x) + 8}$$

differenciálegyenletet.

a) Találjunk legalább egy megoldást!

b) Az $y(0) = 0$ kezdeti feltételhez tartozó megoldásnak hol és milyen szélsőértéke lesz?

5. feladat (17 pont)

Határozzuk meg a konvergencia-tartományát az

$$f(x) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n^2 a_n + 1} (x + 5)^n$$

hatványsornak, amelyben az a_n sorozat az

$$a_{n+1} = 5a_n - 6a_{n-1} \quad a_0 = 6, \quad a_1 = 13$$

rekurziós képlettel van definiálva.

6. feladat (15 pont)

Számoljuk ki a

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2^n n}$$

sor értékét! (Segítség: először vizsgáljuk az $f(x) = \sum_{n=1}^{\infty} (x^n/n)$ hatványsort, és állapítsuk meg az összegképletét!)