Áramkiszorítás

1. Számítsa ki egy d_0= 2 mm átmérőjű, l=5 m hosszúságú hengeres vörösréz vezeték ellenállását f=50 MHz frekvencián! ($\sigma = 57.10^6 \mathrm{S/m}$, $\mu_r = 1$)

$$\boxed{\delta = \sqrt{\frac{2}{\omega\mu\sigma}}} = \sqrt{\frac{2}{2\pi \cdot f \cdot \mu_0 \cdot \mu_r \cdot \sigma}} = \sqrt{\frac{2}{2\pi \cdot 50 \cdot 10^6 \cdot 4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 1 \cdot 57 \cdot 10^6}} = \underline{9{,}43 \cdot 10^{-6}\ \mathrm{m}} \qquad r_0 = \frac{d_0}{2} = 1\,\mathrm{mm}$$

$$\boxed{R = \frac{l}{\sigma \cdot \underbrace{2\pi \cdot r_0 \cdot \delta}_{\text{vezető kerülete}}}} = \frac{5}{57 \cdot 10^6 \cdot 2\pi \cdot 10^{-3} \cdot 9{,}43 \cdot 10^{-6}} = \underline{\underline{1{,}48\,\Omega}}$$

R=....1,48 Ω....

2. Egy $\mu_r = 1$, $\sigma = 5.10^7$ S/m vezetőképességű közegben f=2 MHz frekvenciájú síkhullám terjed. Határozza meg a behatolási mélységet.

$$\boxed{\delta = \sqrt{\frac{2}{\omega\mu\sigma}}} = \sqrt{\frac{2}{2\pi \cdot f \cdot \mu_0 \cdot \mu_r \cdot \sigma}} = \sqrt{\frac{2}{2\pi \cdot 2 \cdot 10^6 \cdot 4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 1 \cdot 5 \cdot 10^7}} = \underline{\underline{50{,}33\,\mu\mathrm{m}}}$$

δ=....50,33 μm....

3. Hányszorosára növekszik az egyenáramú ellenálláshoz képest egy 10cmx10cm-es négyzet-keresztmetszetű réz vezető ellenállása, ha a frekvencia 50 Hz.

Réz vezetése: $\boxed{\delta_m = \frac{6{,}67 \cdot 10^{-2}}{\sqrt{f_{Hz}}}} = \underline{0{,}94\ \mathrm{cm}}$

$$\boxed{R_0 = \frac{l}{\sigma \cdot \underbrace{a^2}_{\text{terület}}}} \; ; \quad \boxed{R_{50} = \frac{l}{\sigma \cdot \underbrace{4a \cdot \delta}_{\text{terület}}}}$$

$$\frac{R_{50}}{R_0} = \frac{\frac{\cancel{l}}{\cancel{\sigma} 4a\delta}}{\frac{\cancel{l}}{\cancel{\sigma} a^2}} = \frac{a}{4\delta} = \underline{\underline{2{,}66}}$$

$R_{50} = 2{,}66 \cdot R_0$

4. Magában álló 10cmx10cm-es keresztmetszetű tömör vezetőben szinuszos áram folyik. A vezető felületén az áramürüség amplitudója J(0)=5.10^6 A/m^2, a behatolási mélység δ=1 mm. Mekkora az áramsűrűség amplitudója a vezető belsejében, a felülettől d=10mm távolságban?

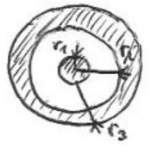
$$\boxed{J(z) = J(0) \cdot e^{-\frac{z}{\delta}}} = 5 \cdot 10^6 \cdot e^{-\frac{10}{1}} = \underline{\underline{227\,\frac{A}{m^2}}}$$

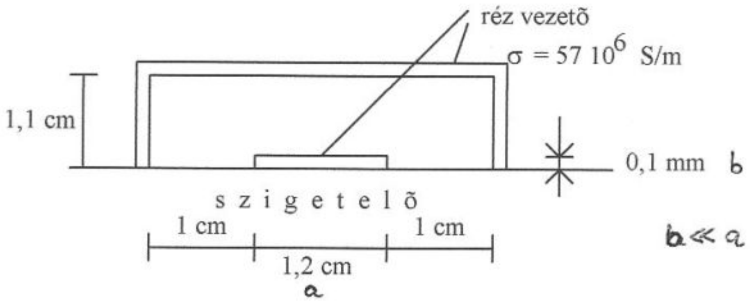
J(10 mm)=....227 A/m²....

5. Koaxiális kábel belső réz vezetőjének sugara 0,8 mm, a külső vezető réz cső belső sugara 2,4 mm külső sugara 2,6 mm. Mekkora a kábel hosszegységre eső nagyfrekvenciás ellenállása azon a frekvencián, amelyen a behatolási mélység 10μm? ($\sigma_{réz}$ =57.10^6 S/m)

$$\boxed{R = \underbrace{\frac{l}{2\pi r_1 \cdot \sigma \cdot \delta}}_{\text{belső vez.}} + \underbrace{\frac{l}{2\pi r_2 \cdot \sigma \cdot \delta}}_{\text{külső vez.}}} \Rightarrow R' = \frac{1}{2\pi\sigma\delta} \cdot \left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2}\right) = \frac{1}{2\pi \cdot 57 \cdot 10^6 \cdot 10 \cdot 10^{-6}} \cdot \left(\frac{1}{0{,}8 \cdot 10^{-3}} + \frac{1}{2{,}4 \cdot 10^{-3}}\right)$$

R'=....0,47 Ω/m....





6. Határozza meg az ábrán vázolt keresztmetszetű vezetékpár 1,2 cm x 0,1 mm keresztmetszet méretű vezetője 10 cm hosszú szakaszában a disszipált teljesítmény időbeli átlagát, ha a vezetőben 0,2 A amplitúdójú, 25 MHz frekvenciájú szinuszos áram folyik!

$$\boxed{\delta^{cm} = \frac{6{,}67}{\sqrt{f_{Hz}}}} = 0{,}001334\,cm = 1{,}334\cdot 10^{-5}\,m$$

$$\boxed{R_r = \frac{l}{\sigma\cdot a\cdot \delta}} = \frac{10\cdot 10^{-2}}{57\cdot 10^{6}\cdot 1{,}2\cdot 10^{-2}\cdot 1{,}334\cdot 10^{-5}} = 0{,}01096\,\Omega$$

$$\boxed{P = \frac{1}{2} R_r\cdot I^2} = \frac{1}{2}\cdot 0{,}01096\cdot 0{,}2^2 = 2{,}19\cdot 10^{-4}\,W$$

P= 0,219 mW

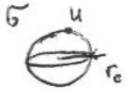
Térbeli áramlás

7. Az I=10^3 A erôsségû pontforrást egy végtelen kiterjedésû, σ=10^{-2} S/m vezetôképességû közegben helyeztük el. Határozza meg azt a forrástól mért r távolságot, ahol a villamos térerôsség nagysága E=10 kV/m.

$$\boxed{E = \frac{I}{\underbrace{4\pi r^2}_{\text{Gömb felszíne}}\sigma}} \rightarrow r = \sqrt{\frac{I}{4\pi\sigma E}} = \sqrt{\frac{10^3}{4\pi\cdot 10^{-2}\cdot 10^4}} = 0{,}892\,m$$

r= 0,892 m

8. Egy r_0=5 cm sugarú fémgömböt σ=0,2 S/m vezetôképességû közeg vesz körül. Határozza meg a közegben disszipált teljesítményt, ha a fémgömb 50 V potenciálú a végtelenhez viszonyítva.

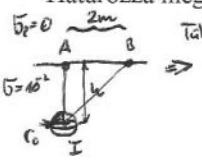
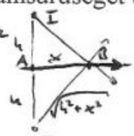


$$\boxed{U = \frac{I}{4\pi r_0 \sigma}} \rightarrow I = 4\pi r_0 \sigma\cdot U$$

$$\boxed{P = U\cdot I} = U\cdot 4\pi r_0 \sigma U = 4\pi r_0\cdot\sigma\cdot U^2 = 314{,}16\,W$$

P= 314 W

9. A tér egyik felét levegô, a másikat σ=10^{-2} S/m vezetôképességû anyag tölti ki. A vezetô féltérben r_0=10 cm sugarú fémgömb helyezkedik el, amelynek középpontja h=2 m távolságra van a határfelülettôl. A gömb középpontjából a határsíkra bocsájtott merôleges az A pontban döfi a síkot. A gömbbôl I=10 A áram folyik el. Határozza meg az áramsûrûséget a határsík B pontjában, ha az AB távolság 2 m.

 ⇒ Tükrözés be  nincs normális komponense E-nek

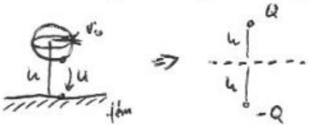
$x = 2m$; $h = 2m$

$$\boxed{J_x(r) = \frac{I}{4\pi(h^2+x^2)}\cdot 2\cdot\frac{x}{\sqrt{h^2+x^2}} = 0{,}14\,\frac{A}{m^2}}$$

j = 0,14 $\frac{A}{m^2}$

J= $0{,}14\ \frac{A}{m^2}$

10. Fémsík felett a teret $\sigma=10^{-2}$ S/m vezetôképességû anyag tölti ki, amelyben a fémsíktól h=2 m távolságra r_0=10 cm sugarú fémgömb helyezkedik el. Határozza meg a gömb és a fémsík közötti ellenállást.



$h \gg r_0$

$$U = \frac{Q}{4\pi\varepsilon}\cdot\frac{1}{r_0} - \frac{Q}{4\pi\varepsilon}\cdot\frac{1}{2h-r_0}$$

↓ áramlási térre $Q \to I$; $\varepsilon \to \sigma$

$$\boxed{U = \frac{I}{4\pi\sigma}\cdot\left(\frac{1}{r_0}-\frac{1}{2h}\right) \to \frac{U}{I} = R = \frac{1}{4\pi\sigma}\cdot\left(\frac{1}{r_0}-\frac{1}{2h}\right)} = \underline{\underline{77{,}59\,\Omega}}$$

R= $77{,}59\,\Omega$

11. Határozza meg az r_1=2 cm, r_2=3 cm sugarakkal jellemzett $\sigma=10^{-3}$ S/m vezetôképességû szigetelôvel kitöltött koaxiális kábel 2 m hosszúságú szakaszának szivárgási ellenállását.

$$\boxed{R = \frac{1}{2\pi\cdot\sigma}\cdot\ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)\cdot l} = \frac{1}{2\pi\cdot10^{-3}}\cdot\ln\left(\frac{3}{2}\right)\cdot 2 = \underline{\underline{129\,\Omega}}$$

R= $129\,\Omega$

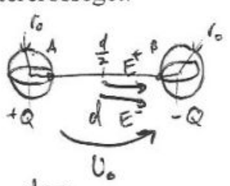
12. Mennyi áram folyik át a J=5 A/cm^2 homogén áramsûrûségû áramlási térben felvett r_0=2 cm sugarú félgömb felületen, ha a félgömb alapsíkja merôleges az áramvonalakra?

$$\boxed{I = J\cdot A = 5\cdot r_0^2\pi} = 5\cdot 2^2\cdot\pi = \underline{\underline{62{,}83\,A}}$$

I= $62{,}83\,A$

Elektrosztatika

13. Két fém gömb középpontjának távolsága d=1 m, sugara r_0=5 cm. A gömbök közé U=20 kV feszültséget kapcsolunk. Határozza meg a középpontokat összekötő egyenes szakasz felezőpontjában az elektromos térerősséget.



$d \gg r_0$

↳ $\varphi_A = -\varphi_B$

$$\boxed{U_0 = \Phi_A - \Phi_B = 2\cdot\left(\frac{Q}{4\pi\varepsilon}\cdot\frac{1}{r_0} - \frac{Q}{4\pi\varepsilon}\cdot\frac{1}{d-r_0}\right)} = \boxed{\frac{2Q}{4\pi\varepsilon}\cdot\left(\frac{1}{r_0}-\frac{1}{d}\right)} \to Q = \frac{U_0\cdot4\pi\varepsilon}{2}\cdot\frac{1}{\frac{1}{r_0}-\frac{1}{d}}$$

$$\boxed{E_{\frac{d}{2}} = 2\cdot\frac{Q}{4\pi\varepsilon}\cdot\frac{1}{\left(\frac{d}{2}\right)^2}} = \cancel{2}\,\frac{U_0\cdot\cancel{4\pi\varepsilon}}{\cancel{2\cdot4\pi\varepsilon}}\cdot\frac{1}{\left(\frac{1}{r_0}-\frac{1}{d}\right)\left(\frac{d}{2}\right)^2} = \boxed{\frac{U_0}{\left(\frac{1}{r_0}-\frac{1}{d}\right)\left(\frac{d}{2}\right)^2}}$$

E=...........................

14. Egy végtelen hosszú vonaltöltés töltéssűrűsége q=0,5 nC/m. Számítsa ki a tengelyétől r_A=4 m, illetve r_B=10 m távolságra lévő A és B pontok közötti feszültséget! ($\varepsilon=\varepsilon_0$)

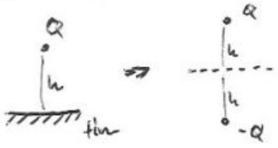
$$\varphi(r) = \int_r^{r_{ref}=1} E(r)\,dr = \frac{q}{2\pi\varepsilon}\ln\frac{1}{r}$$

$$\boxed{\varphi(r_A)-\varphi(r_B) = \frac{q}{2\pi\varepsilon}\cdot\underbrace{\left(\ln\frac{1}{r_A}-\ln\frac{1}{r_B}\right)}_{\ln\frac{r_B}{r_A}}} = \frac{0{,}5\cdot10^{-9}}{2\pi\cdot8{,}85\cdot10^{-12}}\cdot\ln\frac{10}{4} = \underline{\underline{8{,}24\,V}}$$

U_{AB} = $8{,}24\,V$

UAB=$8{,}24\,V$

15. Egy végtelen kiterjedésű fémsík felett h=10 cm magasságban Q=0,2 nC nagyságú pontszerű töltés helyezkedik el. Mekkora a töltésre ható erő?

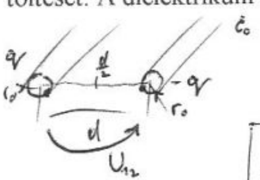


$$\boxed{F=\frac{1}{4\pi\varepsilon}\cdot\frac{|Q_1\cdot Q_2|}{r_{12}^2}}=\frac{1}{4\pi\cdot 8{,}85\cdot10^{-12}}\cdot\frac{(0{,}2\cdot10^{-9})^2}{(20\cdot10^{-2})^2}=9\cdot10^{-9}\,N$$

$r_{12}=2h$

F=$9\cdot10^{-9}\,N$

16. Két egymással párhuzamos hengeres vezető sugara r_0=2 mm, a vezetők tengelyének távolsága d=5 cm. A vezetők közé U=200 V feszültséget kapcsolunk. Határozza meg az egyik vezető 1 m hosszúságú szakaszának töltését. A dielektrikum levegő.



ε_0

$$U_{12}=\frac{q}{2\pi\varepsilon}\cdot\left(\ln\frac{\frac{d}{2}}{r_0}-\ln\frac{\frac{d}{2}}{d-r_0}\right)+\frac{-q}{2\pi\varepsilon}\cdot\left(\ln\frac{\frac{d}{2}}{d-r_0}-\ln\frac{\frac{d}{2}}{r_0}\right)=\boxed{2\cdot\frac{q}{2\pi\varepsilon}\cdot\ln\frac{d-r_0}{r_0}}$$

$$\boxed{q=\frac{U_{12}\cdot2\pi\varepsilon}{2}\cdot\frac{1}{\ln\frac{d-r_0}{r_0}}}=1{,}75\,\frac{nC}{m}$$

q=$1{,}75\,\frac{nC}{m}$

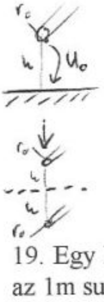
17. Hengerkondenzátor külső elektródájának az átmérője 8 cm, a belső elektróda átmérője 2 cm. A belső vezetőn megengedhető maximális térerősség 30 kV/cm. Mekkora a két vezető közé kapcsolható maximális feszültség?

$r_b=\frac{d_b}{2}=1\,cm \qquad r_k=\frac{d_k}{2}=4\,cm$

$$\left.\begin{aligned}U_{12}&=\frac{q}{2\pi\varepsilon}\cdot\ln\left(\frac{r_k}{r_b}\right)\\ E_x&=\frac{q}{2\pi\varepsilon\cdot r_b}\end{aligned}\right\}\boxed{U=E_x\cdot r_b\cdot\ln\left(\frac{r_k}{r_b}\right)}=30\cdot10^5\cdot0{,}01\cdot\ln\frac{4}{1}=41{,}6\,kV$$

U_{max}=$41{,}6\,kV$

18. Egy r_0=2 cm sugarú hengeres elektróda tengelye h=15 cm távolságra párhuzamosan helyezkedik el egy végtelen kiterjedésű ideális vezető fémsík felett. Határozza meg a hengeres elektróda felületén fellépő maximális térerősség értékét, ha az elektródák közé U=2 kV feszültséget kapcsolunk.



$$U_0=\frac{q}{2\pi\varepsilon}\cdot\frac{1}{r_0}-\frac{q}{2\pi\varepsilon}\cdot\frac{1}{2h-r_0}=\boxed{\frac{q}{2\pi\varepsilon}\left(\frac{1}{r_0}-\frac{1}{2h-r_0}\right)}\rightarrow\frac{q}{2\pi\varepsilon}=\frac{U_0}{\frac{1}{r_0}-\frac{1}{2h-r_0}}$$

$$\boxed{E_{max}=E^++E^-=\frac{q}{2\pi\varepsilon}\cdot\left(\frac{1}{r_0^2}+\frac{1}{(2h-r_0)^2}\right)}=\frac{U_0}{\frac{1}{r_0}-\frac{1}{2h-r_0}}\cdot\left(\frac{1}{r_0^2}+\frac{1}{(2h-r_0)^2}\right)=108{,}24\,\frac{kV}{m}$$

E_{max}=$108{,}24\,\frac{kV}{m}$

19. Egy levegőben elhelyezett R=10 cm sugarú, igen hosszú töltött fémhenger tengelyétől R=20cm távolságban az 1m sugarú hengerre vonatkoztatott potenciál Φ=578 kV. Számítsa ki a henger egységnyi hosszú szakaszának a töltését.

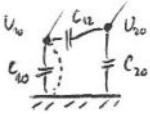
$$\boxed{\Phi=\frac{q}{2\pi\varepsilon}\cdot\ln\left(\frac{r=1\,m}{R_1=0{,}2\,m}\right)}=578\,kV$$

$$q=\frac{\Phi\cdot2\pi\cdot\varepsilon}{\ln\left(\frac{1}{0{,}2}\right)}=\frac{578\cdot10^3\cdot2\cdot\pi\cdot8{,}85\cdot10^{-12}}{\ln5}=2\cdot10^{-5}\,\frac{C}{m}$$

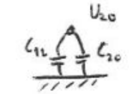
q=$2\cdot10^{-5}\,\frac{C}{m}$

q= $2 \cdot 10^{-5} \frac{C}{m}$

20. Két elektródából és a földből álló elrendezés részkapacitásai $C_{10} = 5$ nF, $C_{20} = 7$ nF, $C_{12} = 20$ nF. Az elektródák és a föld közé $U_{10} = 100$ V, $U_{20} = 200$ V feszültséget kapcsolunk, majd a feszültségforrásokat leválasztva az 1-es elektródát leföldeljük. Mekkora ezután a 2-es elektróda potenciálja?



$$\boxed{\begin{aligned} Q_1 &= C_{10} \cdot \Phi_1 + C_{12} \cdot (\Phi_1 - \Phi_2) \\ Q_2 &= C_{20} \cdot \Phi_2 + C_{12} \cdot (\Phi_2 - \Phi_1) \end{aligned}} \begin{aligned} &= -1{,}5 \cdot 10^{-6} C \\ &= 3{,}4 \cdot 10^{-6} C \end{aligned}$$



$$\boxed{\Phi_2 = \frac{Q_2}{C_{20} + C_{12}}} = \frac{3{,}4 \cdot 10^{-6}}{7 \cdot 10^{-9} + 20 \cdot 10^{-9}} = \underline{\underline{125{,}9\,V}}$$

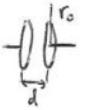
$\Phi_2 =$ 125,9V

21. Egy légszigetelésű síkkondenzátor A=100 cm^2 felületű lemezei d=1 cm távolságra vannak egymástól. A síkkondenzátorban a térerősség E=20 kV/cm. Határozza meg a kondenzátor energiáját.

$$\boxed{W = w \cdot V = \frac{1}{2} \varepsilon \cdot E^2 \cdot A \cdot d} = \frac{1}{2} \cdot 8{,}85 \cdot 10^{-12} \cdot (2000 \cdot 10^3)^2 \cdot 100 \cdot 10^{-4} \cdot 0{,}01 = \underline{\underline{0{,}00177\,J}}$$

W= 1,77 mJ

22. Légszigetelésű kör alakú síkkondenzátor r=10 cm sugarú lemezei egymástól d=5 mm távolságra vannak. Mekkora a köztük lévő feszültség, ha a lemezek közötti tér energiasűrűsége 0,2 J/m^3 ?



$$\boxed{W = \frac{1}{2} C \cdot U^2 = w \cdot V}$$

$$U = \sqrt{\frac{w \cdot V}{\frac{1}{2} C}} = \sqrt{\frac{w \cdot \cancel{A} \cdot d}{\frac{1}{2} \varepsilon_0 \cdot \frac{\cancel{A}}{d}}} = \sqrt{\frac{2 w \cdot d^2}{\varepsilon_0}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 0{,}2 \cdot 0{,}005^2}{8{,}85 \cdot 10^{-12}}} \approx \underline{\underline{1063\,V}}$$

U= 1063 V

23. Határozza meg a levegőben magában álló R=9 m sugarú fémgömb kapacitását.

$$Q = C \cdot U = 4\pi \cdot \varepsilon \cdot R \cdot U \qquad \boxed{U = \frac{Q}{4\pi\varepsilon} \cdot \frac{1}{R}}$$

$$C = \frac{Q}{U} = 4\pi \cdot \varepsilon \cdot R = 4\pi \cdot 8{,}85 \cdot 10^{-12} \cdot 9 = \underline{\underline{1 \cdot 10^{-9}\,F}}$$

C= 1nF

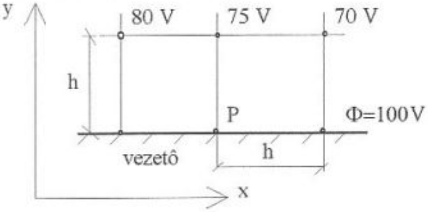
24. Sztatikus elektromos tér potenciálfüggvénye: $\Phi = 3(x^2 - y^2)$. Határozza meg az elektromos térerősséget.

$$\boxed{\bar{E} = -\operatorname{grad} \varphi} = -3 \cdot \left(2x \underline{i} + (-2y) \underline{j}\right) = \underline{\underline{\left(-6x \underline{i} + 6y \underline{j}\right) \frac{V}{m}}}$$

$$\operatorname{grad} \varphi = \frac{\partial \varphi}{\partial x} \hat{x} + \frac{\partial \varphi}{\partial y} \hat{y} + \frac{\partial \varphi}{\partial z} \hat{z}$$

E= $-6x\underline{i} + 6y\underline{j}\ \frac{V}{m}$

25. Rácsmódszerrel az ábra szerinti potenciál-eloszlást határoztuk meg. Határozza meg a P pontban az elektromos térerősséget! h=1 mm.



$$\overline{\mathbf{E}} = \frac{100-75}{h}\,\bar{e}_y \left(\frac{V}{m}\right)$$

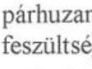
26. Egy R_0 sugarú fémgömböt d vastagságú ε_r relatív dielektromos állandójú szigetelőréteggel vontunk be. Határozza meg a levegőben magában álló gömb kapacitását!

$$U_{gömb\,\infty} = \Phi_g = \int_{r_0}^{r_0+d} \bar{E}\,d\bar{r} + \int_{r_0+d}^{\infty} \bar{E}\,d\bar{r} = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_r}\cdot\left[\frac{1}{r_0} - \frac{1}{r_0+d}\right] + \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\left[\frac{1}{r_0+d}\right]$$

$$C = \frac{Q}{U_{gömb}} = \frac{4\pi\varepsilon_0}{\frac{1}{\varepsilon_r}\cdot\left[\frac{1}{r_0} - \frac{1}{r_0+d}\right] + \frac{1}{r_0+d}}$$

$$C = \frac{4\pi\varepsilon_0}{\frac{1}{\varepsilon_r}\cdot\left[\frac{1}{r_0} - \frac{1}{r_0+d}\right] + \frac{1}{r_0+d}}$$

27. Légszigetelésű síkkondenzátor lemezeinek távolsága d=50 mm. A lemezek közé -a lemezekkel párhuzamosan- d_l=10 mm vastag plexi-lemezt (ε_p=3,5) helyeztünk. Határozza meg a kondenzátor átütési feszültségét! A levegő átütési szilárdsága E_{krl}= 3 kV/mm, a plexié E_{krp}= 20 kV/mm.



$\varepsilon_l \cdot E_{krl} < \varepsilon_p \cdot E_{krp}$

$1 \cdot 3 \qquad 3{,}5 \cdot 20$

kisebb a mérvadó!

$D_{nl} = D_{np}$

$\varepsilon_p \cdot E_p = \varepsilon_l \cdot E_{krl} \rightarrow E_p = \frac{\cancel{\varepsilon_0}}{\cancel{\varepsilon_0}\,\varepsilon_p} \cdot E_{krl} = 0{,}857\ \frac{kV}{mm}$

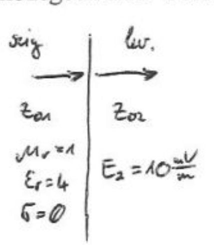
$U_{kr} = E_p \cdot d_p + E_l \cdot d_l = 0{,}857 \cdot 10 + 3 \cdot 40 =$

$U_{kr} = 128{,}57\ kV$

U_{kr}= 128,57 kV

EM hullámok 1.

28. Szigetelô közegbôl ($\varepsilon_r = 4$, $\mu_r = 1$, $\sigma = 0$) a határoló sík felületre merôlegesen érkezô síkhullám levegôben terjed tovább, ahol az elektromos térerôsség amplitúdója 10 mV/m. Mekkora az elválasztó síkon a szigetelô közegben a H^+ beesô mágneses térerôsség amplitúdója?



$Z_{02} = 120\pi$

$Z_{01} = \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}} = \sqrt{\frac{\mu_0}{4\varepsilon_0}} = \frac{1}{2} Z_{02} = 60\pi$

$r = \frac{Z_{02} - Z_{01}}{Z_{02} + Z_{01}} = \frac{120\cancel{\pi} - 60\cancel{\pi}}{120\cancel{\pi} + 60\cancel{\pi}} = \frac{1}{3}$

H^+= 0,0398 $\frac{mA}{m}$

$E_1^+ = \frac{E_2}{1+r} = \frac{10}{\frac{4}{3}} = 7{,}5\ \frac{mV}{m}$

$H_1^+ = \frac{E_1^+}{Z_{01}} = \frac{7{,}5}{60\pi} = 0{,}0398\ \frac{mA}{m}$

29. Egy $\varepsilon_r = 4$ relatív permittivitású, végtelen kiterjedésű ideális szigetelôben síkhullám terjed, amelyre a Poynting vektor értéke 1 mW/m^2. Számítsa ki az elektromos térerôsség csúcsértékét.

$$\boxed{Z_0 = \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_r \cdot \varepsilon_0}} = 120\pi \cdot \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_r}} = \underline{60\pi}}$$

$$\boxed{|S| = \frac{1}{2}\frac{|\hat{E}|^2}{Z_0}} \rightarrow |\hat{E}| = \sqrt{2 \cdot |S| \cdot Z_0}$$

✓

E=.............................

30. Egy szabadtérben terjedô síkhullám mágneses térerôssége **H**(z,t)=5cos(ωt - βz)$\mathbf{e}_x$ mA/m. Határozza meg a villamos térerôsség idôfüggvényét.

$$\boxed{\frac{E^+}{H^+} = Z_0} = 120\pi \rightarrow E^+ = H^+ \cdot Z_0$$

$$\boxed{\bar{E}(z,t) = 5 \cdot Z_0 \cdot \cos(\omega t - \beta z)\,\bar{e}_y}$$

✓

E(z,t)= $5 \cdot 120\pi \cdot \cos(\omega t - \beta z)\,\bar{e}_y$

31. Egy Z_{01}=250 Ω hullámellenállású ideális szigetelôben f=120 MHz frekvenciájú síkhullám terjed a szigetelô határfelületére merôlegesen. A sík határfelület túloldalán levegô van. Határozza meg a reflexió tényezôt a határfelületen.

$$\boxed{\begin{aligned} Z_{02} &= 120\pi \cong \underline{377\,\Omega} \\ Z_{01} &= 250\,\Omega \end{aligned}}$$

$$\boxed{r = \frac{Z_{02} - Z_{01}}{Z_{02} + Z_{01}}} = \frac{377 - 250}{377 + 250} = \underline{\underline{0{,}2025}}$$

✓

r=....0,2025..............

32. Szabad térben terjedô síkhullám térerôssége E(z,t)=50 cos(ωt - βz) V/m. Határozza meg egy, a z=const. síkban fekvô R=2,5 m sugarú kör felületén áthaladó hatásos teljesítményt.

$$S(z,t) = E(z,t) \cdot H(z,t) = \frac{1}{Z_\ell} \cdot E^2(z,t) = \frac{1}{Z_\ell} \cdot 50^2 \cdot \underbrace{\cos^2(\omega t - \beta z)}_{\text{időátlaga} = \frac{1}{2}}$$

$$\boxed{S_{áH} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{Z_\ell} \cdot 50^2} \quad \boxed{P = \int_A S_{áH} \cdot d\bar{A} = S_{áH} \cdot A} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{Z_\ell} \cdot 50^2 \cdot R^2\pi = \underline{65{,}1\,W}$$

✓

P=.......65,1 W..............

33. A tér valamely pontjában az elektromos, illetve a mágneses térerôsség komplex amplitudója: $E_x = 35.e^{j60°}$ V / m és $H_y = j4.10^{-3}$ A / m. Számítsa ki a Poynting vektor idôbeli átlagát.

$$E(z,t) = E \cdot \cos(\omega t - \beta z + \varphi_E)$$
$$H(z,t) = H \cdot \cos(\omega t - \beta z + \varphi_H)$$

$$\boxed{E(z,t) \cdot H(z,t)\Big|_{áH} = \frac{E \cdot H}{2} \cdot \cos(\overset{60}{\varphi_E} - \overset{90}{\varphi_H})} = \frac{35 \cdot 4 \cdot 10^{-3}}{2} \cdot \cos(60 - 90) = \underline{\underline{0{,}0606\,\frac{W}{m^2}}}$$

✓

$$\boxed{\begin{aligned} E_x &= 35 \cdot e^{j60°} \\ H_y &= 4 \cdot 10^{-3} \cdot e^{j90°} \end{aligned}}$$

$S_{átl}$=....0,0606 $\frac{W}{m^2}$.....

EM hullámok 2.

34. Légszigetelésű síkkondenzátorra $u(t)=\hat{U}\cos\omega t$ feszültséget kapcsolunk. Határozza meg a lemezek közötti eltolási áramsűrűséget, ha a lemezek távolsága d.

$$\boxed{J = \frac{\partial D}{\partial t}} = \varepsilon \cdot \frac{\partial E}{\partial t} = \varepsilon \cdot \frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\hat{U}\cdot \cos\omega t}{d}\right) = -\frac{\varepsilon}{d}\cdot\left(\omega\cdot\hat{U}\cdot\sin\omega t\right)$$

$J_e = -\frac{\varepsilon}{d}\cdot\omega\cdot\hat{U}\cdot\sin\omega t$

35. Egy magában álló l=0,1 m hosszúságú dipólusantenna f=100 MHz frekvencián sugároz, áramának effektív értéke I=5 A. Mekkora a kisugárzott teljesítménye?

$$\boxed{\lambda = \frac{c}{f}} = \frac{3\cdot 10^8}{100\cdot 10^6} = 3m$$

$$\boxed{R_s = \frac{2}{3}\pi\cdot\sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}}\cdot\left(\frac{l}{\lambda}\right)^2} = \frac{2}{3}\pi\cdot 120\pi\cdot\left(\frac{0{,}1}{3}\right)^2 = 0{,}8773\,\Omega$$

$$\boxed{P = \frac{1}{2}R_s\cdot\hat{I}^2} = R_s\cdot I_{eff}^2 = 0{,}8773\cdot 5^2 = 21{,}94\,W$$

P= 21,94 W

36. A dipólusantenna távoltéri Poynting vektorának idôbeli átlagértéke a $\vartheta = 45°$ - os irányban S(45°)=1 mW/m². Mekkora a távoltéri villamos terének a csúcsértéke a maximális sugárzás irányában?

távoltér függvénye sin-os

$E(\vartheta) = E(90°)\cdot\sin\vartheta$

$H(\vartheta) = H(90°)\cdot\sin\vartheta$

$$S_{áH}(\vartheta) = \frac{E(\vartheta)\cdot H(\vartheta)}{2} = \frac{E(90°)\cdot H(90°)}{2}\cdot\sin^2\vartheta = 0{,}002\,\frac{W}{m^2}$$

$$\boxed{S_{áH}(45°) = \underbrace{\frac{E^2(90°)}{2Z_0}}_{S_{max}}\cdot\sin^2 45°} = 10^{-3}\,\frac{W}{m^2}$$

$$E(90°) = \sqrt{\frac{S_{áH}(45°)\cdot 2\cdot Z_0}{\sin^2 45°}} = 1{,}228\,\frac{V}{m}$$

S_{max}= $2\,\frac{mW}{m^2}$

37. Egy dipólusantenna távoltéri villamos térerôsségének csúcsértéke E=0,1 V/m. Határozza meg a Poynting vektor idôbeli átlagát ugyanebben a pontban.

$$\boxed{S_{áH} = \frac{E^2(\vartheta)}{2\cdot Z_0}} = \frac{0{,}1^2}{2\cdot 120\pi} = 1{,}326\cdot 10^{-5}\,\frac{W}{m^2}$$

S= $1{,}326\cdot 10^{-5}\,\frac{W}{m^2}$

38. Határozza meg a téglalap keresztmetszetű, légtöltésű csôtápvonal "a" méretét úgy, hogy f=3 GHz frekvencián a csôben csak a TE_{10} módus terjedhessen (b=0,5a).

Terjedés feltétele: $\lambda < \lambda_{h_{min}}$ vagy $f > f_h$

$$\omega_h = \sqrt{\frac{k_x^2 + k_y^2}{\mu\varepsilon}} \quad \text{vagy} \quad \left(\frac{2\pi}{\lambda_h}\right)^2 = k_x^2 + k_y^2$$

$$\rightarrow \quad \underset{3GHz}{f_h} = \sqrt{\frac{k_x^2 + k_y^2}{4\pi^2\mu\varepsilon}} \Rightarrow a = 5cm$$

Terjedési feltétel miatt

$$\omega^2\varepsilon\mu + \gamma^2 = \underbrace{\left(\frac{m\pi}{a}\right)^2}_{k_x} + \underbrace{\left(\frac{n\pi}{b}\right)^2}_{k_y}$$

a > 5 cm

39. Egy igen hosszú, légtöltésű, axb méretű téglalap keresztmetszetű csôtápvonalban TE_{10} módus terjed a pozitív z-tengely irányában. A z=0 helyen a villamos térerősség :E(x,z=0,t)=10 sin15,71x .cos25,13t V/m, Ahol a hosszegység m az idôegység ns. Írja fel a villamos térerősség kifejezését z>0-ra.

$$\omega^2\varepsilon\mu + \gamma^2 = \left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2.$$

$m = 1$
$n = 0$

$\boxed{\frac{\pi}{a} = 15{,}71\,\frac{1}{m} \quad \omega = 25{,}13\,\frac{Grad}{s} \quad c = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}} \rightarrow \varepsilon_0\mu_0 = \frac{1}{c^2}}$

$\boxed{\gamma^2 = \left(\frac{\pi}{a}\right)^2 - \omega^2\varepsilon\mu} = 15{,}71^2 - \frac{(25{,}13\cdot 10^9)^2}{(3\cdot 10^8)^2} = -6770{,}05$

$\beta = \sqrt{\gamma^2} = 82{,}28\,\frac{1}{m}$

$\boxed{E(x,z,t) = 10\cdot \sin 15{,}71x \cdot \cos(25{,}13t - 82{,}28z)\,\frac{V}{m}}$

Ha $\gamma = \alpha$ (valós)

$\boxed{E(x,z,t) = 10\cdot\sin 15{,}71x\cdot e^{-\alpha z}\cdot\cos\omega t.}$

E(x,z,t)= $10\cdot\sin 15{,}71x\cdot\cos(25{,}13t - 82{,}28z)\,\frac{V}{m}$

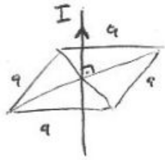
Mágneses tér

40. r_0=0,5 cm sugarú körvezetőben I=20 A áram folyik. Mekkora a körvezetőre ható nyomaték maximális értéke B=0,5 T homogén mágneses térben?

$\boxed{T_{max} = I\cdot A\cdot B} = I\cdot r_0^2\pi\cdot B = 20\cdot(0{,}5\cdot10^{-2})^2\pi\cdot 0{,}5 = 7{,}85\cdot 10^{-4}\,Nm$

T= $7{,}85\cdot 10^{-4}\,Nm$

41. Egy "a" oldalú négyzet középpontján átmenő, a négyzet síkjára merőleges igen hosszú vezetőben I áram folyik. Határozza meg a mágneses térerősségnek a négyzet egy oldalára vett vonalmenti integrálját.

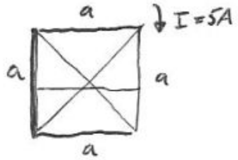


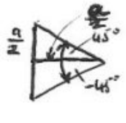
$\boxed{\oint \vec{H}d\vec{l} = \frac{I}{4}\,A}$

Ha az egész négyzetre: $4\cdot\frac{I}{4} = I\,A$

I= $\frac{I}{4}\,A$

42. Egy a=10 cm oldalú négyzet alakú vezető hurokban I=5 A áram folyik. Határozza meg a mágneses térerősséget a négyzet középpontjában.





$\boxed{H = 4\cdot\frac{I}{4\pi\cdot\frac{a}{2}}\cdot\left[\sin\beta\right]_{-\frac{\pi}{4}}^{+\frac{\pi}{4}}} = \frac{2\cdot I}{\pi\cdot a}\cdot\left(\sin\frac{\pi}{4} - \sin\left(-\frac{\pi}{4}\right)\right) = 45\,\frac{A}{m}$

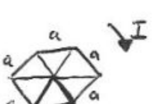
Biot-Savart törvény alapján

$H = \frac{I}{4\pi}\cdot\oint\frac{dl\times R_0}{R^2}$

$H = \frac{I}{4\pi}\cdot\int\frac{\cos\vartheta}{r^2}\,r\cdot d\vartheta$

H= $45\,\frac{A}{m}$

43. Egy a=10 cm oldalhosszúságú szabályos hatszög alakú vezető hurokban I=5 A áram folyik. Határozza meg a mágneses térerősséget a hatszög középpontjában.

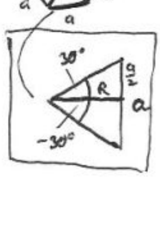


$\boxed{H = 6\cdot\frac{I}{4\pi\cdot\frac{\sqrt3}{20}}\cdot\left[\sin\beta\right]_{-30}^{+30}} = \frac{6\cdot5}{4\cdot\pi\cdot\frac{\sqrt3}{20}}\cdot\underbrace{\left(\sin 30 - \sin(-30^\circ)\right)}_{1} = 27{,}57\,\frac{A}{m}$

vezetőtől való távolság

Biot-Savart törv. alapján.

H= $27{,}57\,\frac{A}{m}$



$R = \frac{\frac{a}{2}}{tg\,30^\circ} = \frac{\sqrt3}{20}\,m$

44. Toroid alakú vasmag kör alakú keresztmetszetének területe A=4,2 cm^2, a vasmag közepes hossza L= 35 cm, anyagának relatív permeabilitása 3000, a vasmagra csévélt tekercs menetszáma N=200. Mekkora a mágneses tér energia sűrűsége a vasmag δ=0,8 mm-es légrésében, ha a tekercsben 2 A áram folyik?

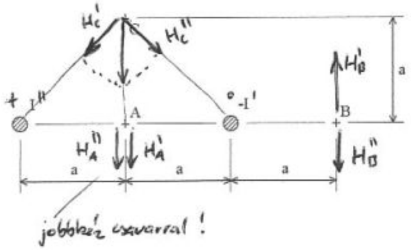
$$\boxed{H_v \cdot \ell_v + H_0 \cdot \delta = N \cdot I} \qquad \boxed{H_v = \frac{H_0}{\mu_r}}$$

$$\rightarrow H_0 = \frac{N \cdot I}{\frac{\ell_v}{\mu_r} + \delta} = \frac{200 \cdot 2}{\frac{0{,}35}{3000} + 0{,}8 \cdot 10^{-3}} = \underline{4{,}36 \cdot 10^5 \frac{A}{m}}$$

$$w = \frac{\frac{1}{2}\mu_0 \cdot H_0^2}{V} = \frac{\frac{1}{2} \cdot 4\pi \cdot 10^{-7} \cdot (4{,}36 \cdot 10^5)^2}{4{,}2 \cdot 10^{-4} \cdot 0{,}8 \cdot 10^{-3}} = \underline{\underline{3{,}55 \cdot 10^{11} \frac{J}{m^3}}}$$

kell-e osztani?

w=$3{,}55 \cdot 10^{11} \frac{J}{m^3}$



45. A papír síkjára merőleges igen hosszú kettősvezetékben I áram folyik. Határozza meg a mágneses térerősséget az A pontban. (a=10 cm, I=5A).

$$H_A = H_A' + H_A'' = 2 \cdot \frac{I}{2\pi a} = \cancel{2} \cdot \frac{5}{\cancel{2} \cdot \pi \cdot 0{,}1} = \underline{\underline{15{,}92 \frac{A}{m}}}$$

$$H_B = H_B' + H_B'' = \frac{I}{2\pi a} - \frac{I}{2\pi 3a} = \frac{I}{2\pi a} \cdot \left(\frac{1}{1} - \frac{1}{3}\right) = \underline{\underline{5{,}31 \frac{A}{m}}}$$

$$H_C = \frac{I}{2\pi} \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{2}a}\right) \cdot \sqrt{2} = \underline{\underline{7{,}96 \frac{A}{m}}}$$

vektorösszegzés

H_A=$15{,}92 \frac{A}{m}$

46. Toroid alakú, μ_r=3000 relatív permeabilitású, zárt vasmag közepes sugara R=4 cm, keresztmetszetének területe A=2 cm^2. Mekkora a vasmagra tekercselt N=200 menetű tekercs önindukció tényezője?

$$\boxed{H \cdot \ell = N \cdot I} \rightarrow I = \frac{H \cdot \ell}{N}$$

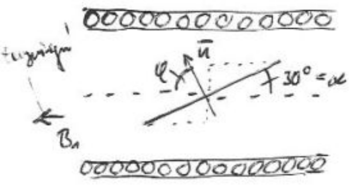
$$\boxed{\begin{array}{l} N \cdot \Phi = L \cdot I \rightarrow \\ \Phi = B \cdot A = \mu \cdot H \cdot A \end{array}}$$

$$\ell = 2\pi \cdot R$$

$$L = \frac{N \cdot \mu \cdot H \cdot A}{I} = \frac{N \cdot \mu \cdot \cancel{H} \cdot A}{\frac{\cancel{H} \cdot \ell}{N}} = \frac{\mu \cdot N^2 \cdot A}{\ell} = \frac{\mu \cdot N^2 \cdot A}{2\pi \cdot R} = \frac{3000 \cdot \cancel{4\pi} \cdot 10^{-7} \cdot 200^2 \cdot \cancel{2} \cdot 10^{-4}}{\cancel{2\pi} \cdot \cancel{4} \cdot 10^{-2}} = \underline{\underline{0{,}12\,H}}$$

L=$0{,}12\,H$

47. N=1000 menetszámú, h= 10 cm hosszúságú, a=1,2 cm keresztmetszet sugarú egyenes tekercs belsejében kör alakú vezető hurok helyezkedik el. A vezető hurok középpontja a szolenoid tengelyére esik, síkja a szolenoid tengelyével α=30^o -os szöget zár be, sugara b=4 mm. Mekkora a szolenoid és a hurok kölcsönös induktivitása?



$$\Phi_{21} = \int \bar{B}_1 \, d\bar{A}_2$$

$$\boxed{\Phi_{21} = B_1 \cdot A_2 \cdot \cos\varphi \qquad \varphi = 90° - \alpha}$$

$$\boxed{\begin{array}{l} \oint \bar{H}_1 \, d\bar{\ell} = N \cdot I_1 \\ H_1 \cdot \ell = N \cdot I_1 \\ H_1 = \frac{N \cdot I_1}{\ell} \\ B_1 = \frac{\mu \cdot N \cdot I_1}{\ell} \end{array}}$$

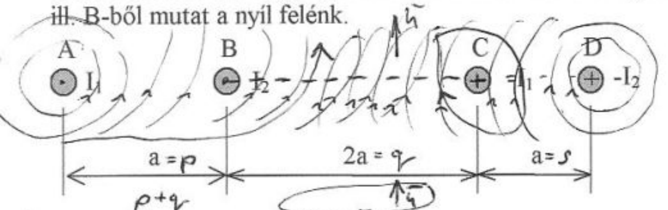
L_{12}=$315{,}92\,\mu H$

$$B_1 = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 1000 \cdot I_1}{0{,}1} = 0{,}01257\, I_1$$

$$L_{12} = \frac{\Phi_{21}}{I_1} = 0{,}01257 \cdot b^2\pi \cdot \underbrace{\cos(90 - 30)}_{\sin 30°} = \underline{\underline{315{,}92\,\mu H}}$$

AC BD $\rightarrow r_0 = 0{,}01a$

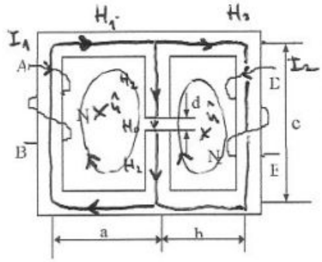
48. A közös síkú AD és BC kettősvezeték keresztmetszetének rajza az ábrán látható. Határozza meg a két kettősvezeték hosszegységre eső kölcsönös indukció együtthatóját, ha a körüljárási irányok olyanok, hogy A-ból ill. B-ből mutat a nyíl felénk.



$$\Phi_{21} = \frac{\mu \cdot I \cdot l}{2\pi} \cdot \left(\ln \frac{4a}{a} + \ln \frac{2a}{a} \right)$$

$$\Phi_{BC} = l \cdot \int_p^{p+q} \frac{\mu \cdot I}{2\pi r}\, dr + l \cdot \int_s^{s+q} \frac{\mu \cdot I}{2\pi r}\, dr = \frac{\mu \cdot I \cdot l}{2\pi} \left(\ln \frac{p+q}{p} + \ln \frac{s+q}{s} \right) \Rightarrow L'_{12} = \frac{\mu}{2\pi} \cdot \ln \frac{(p+q)\cdot(s+q)}{p \cdot s} = \frac{\mu}{2\pi} \cdot 9 =$$

L'_{12}= $18 \cdot 10^{-7}$ H........



49. Jelölje be a mágneses térerősségeket és írja fel a gerjesztési törvényt a mindenütt azonos keresztmetszetű vasmagos elrendezés baloldali ablakára. Az I_1 áram A-tól B felé az I_2 D-től E felé folyik.

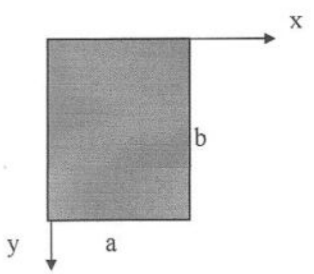
$$H_1 \cdot l_1 + H_2 \cdot l_2 + H_0 \cdot d = N_1 \cdot I_1$$ bal oldali ablak

$$H_3 \cdot l_3 - H_2 \cdot l_2 - H_0 \cdot d = N_2 \cdot I_2$$ jobb oldali ablak

$$H_1 \cdot l_1 + H_3 \cdot l_3 = N_1 \cdot I_1 + N_2 \cdot I_2$$ egészen körbe

A, H' vonalak iránya tetszőleges; a körüljárási irány tetszőleges
egy $\hat{n}$ vektort határoz meg a $N \cdot I$ döntéshez!

50. Az a és b oldalhosszúságú téglalap a oldala a pozitív x tengelyen, b oldala a pozitív y tengelyen fekszik. A B indukció vektor merőleges a téglalap felületére és nagysága $B = B_0 \sin \frac{\pi x}{a}$. Határozza meg a téglalap felületén áthaladó fluxust.



$$\Phi = b \cdot \int_0^a B_0 \sin\left(\frac{\pi x}{a}\right) dx = b \cdot B_0 \int_0^a \sin\left(\frac{\pi x}{a}\right) dx =$$

$$= -b \cdot B_0 \cdot \frac{a}{\pi} \cdot \left[\cos \frac{\pi x}{a} \right]_0^a = -b \cdot B_0 \cdot \frac{a}{\pi} \cdot \left[\underbrace{\cos \frac{\pi a}{a}}_{-1} - \underbrace{\cos \frac{\pi \cdot 0}{a}}_{1} \right] =$$

$$= -b \cdot B_0 \cdot \frac{a}{\pi} \cdot (-2) = \frac{2 \cdot b \cdot B_0 \cdot a}{\pi}$$

Φ= $\frac{2 \cdot b \cdot B_0 \cdot a}{\pi}$........

51. A tér valamely P(x,y,z) pontjában és kis környezetében (levegőben) a mágneses tér vektorpotenciálja: $A_x=0$, $A_y = \frac{\mu_0 i}{2\pi} \ln x$, $A_z=0$. Határozza meg a tér e pontjában a mágneses térerősséget.

$$\bar{B} = \operatorname{rot} \bar{A} = \begin{vmatrix} \bar{e}_x & \bar{e}_y & \bar{e}_z \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ A_x & A_y & A_z \end{vmatrix} = \left(\frac{\partial A_z}{\partial y} - \frac{\partial A_y}{\partial z} \right) \bar{e}_x + \left(\frac{\partial A_x}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial x} \right) \bar{e}_y + \left(\frac{\partial A_y}{\partial x} - \frac{\partial A_x}{\partial y} \right) \bar{e}_z$$

$\bar{B} = \mu \cdot \bar{H}$

$\bar{H} = \frac{\bar{B}}{\mu}$

H_x= 0........ H_y= 0........ H_z= $\frac{1}{\mu_0} \cdot \frac{\mu_0}{2\pi} \cdot \frac{1}{x} \cdot i$........

Távvezeték 1.

52. Egy Z_0=600 ohm hullámimpedanciájú ideális távvezeték R_2 lezáró ellenállásán U_2^+=180 V és U_2^-= 60 V. Mekkora a lezáró ellenállás?

$$\boxed{r = \frac{U_2^-}{U_2^+} = \frac{R_2 - Z_0}{R_2 + Z_0}} = \frac{1}{3} = \frac{R_2 - 600}{R_2 + 600} \rightarrow \underline{\underline{R_2 = 1200\,\Omega}}$$

R_2= 1,2 kΩ

53. Egy Z_0=240 ohm hullám-ellenállású ideális vezetéket $u_s(t)$=120cosωt V feszültséggel táplálunk. Határozza meg a forrás hatásos és meddő teljesítményét, ha a vezeték másik végén R=Z_0 ellenállás van.

$$S = P + jQ = \boxed{\frac{1}{2} \cdot \frac{|U_1|^2}{\overline{Z}_{be}^*}} = \frac{1}{2} \cdot \frac{|U_1|^2}{Z_0} = \frac{1}{2} \cdot \frac{120^2}{240} = \underline{\underline{30\,W}}$$

$$\boxed{\overline{Z}_{be} = \overline{Z}_0 \cdot \frac{\overline{Z}_2 + j\overline{Z}_0 \cdot tg\beta l}{Z_0 + j\overline{Z}_2 \cdot tg\beta l}} = Z_0$$

$\overline{Z}_2 = Z_0$

$\overline{Z}_0 = Z_0$

P= 30 W

Q= 0 var

54. Egy Z_0=60 ohm hullám-ellenállású ideális, légszigetelésű távvezeték nyitott végén a feszültség amplitúdója 60 V. Számítsa ki a vezeték végétől x=50 m távolságban fellépő feszültség amplitúdóját, ha a frekvencia f=10 MHz.

$$\lambda = \frac{c}{f} = \frac{3 \cdot 10^8}{10 \cdot 10^6} = \underline{30\,m}$$

$$\boxed{\beta = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi}{30} = \frac{\pi}{15}}$$

$$\boxed{U(z) = \hat{U}_2 \cdot \cos(\beta z)} = 60 \cdot \cos\left(\frac{\pi}{15} \cdot 50\right) = \underline{\underline{-30\,V}}$$

U(50m)= −30 V

55. Egy ideális távvezeték lezáró ellenállása R_2=90 ohm. Mekkora a vezeték Z_0 hullámimpedanciája, ha az állóhullám-arány 4/3 és R_2>Z_0 ?

$$\boxed{\sigma = \frac{1+|r|}{1-|r|}} = \frac{4}{3} \rightarrow |r| = \frac{1}{7} \rightarrow r = +\frac{1}{7},\ -\frac{1}{7}$$

$$\boxed{r = \frac{R_2 - Z_0}{R_2 + Z_0}}$$

$$\frac{1}{7} = \frac{90 - Z_0}{90 + Z_0} \rightarrow Z_0 = \underline{\underline{67{,}5\,\Omega}} < R_2$$

$$-\frac{1}{7} = \frac{90 - Z_0}{90 + Z_0} \rightarrow Z_0 = 120\,\Omega$$

Z_0= 67,5 Ω

56. Egy ideális, légszigetelésű távvezeték hullámimpedanciája Z_0=75 ohm, a vezeték hossza h=5 m. A vezetéket $\hat{U}$=250 V amplitúdójú, f=100 MHz frekvenciájú szinuszos feszültségforrás táplálja. Határozza meg a forrás áramának amplitúdóját, ha a vezeték végén szakadás van.

$$\boxed{\hat{I} = \frac{\hat{U}}{Z_{be}}} = \frac{250}{43{,}3} = \underline{\underline{5{,}77\,A}}$$

$$\boxed{\beta = \frac{2\pi \cdot f}{c}} = \frac{2\pi \cdot 100 \cdot 10^6}{3 \cdot 10^8} = \underline{\frac{2}{3}\pi}$$

$$\boxed{Z_{be_{sz}} = -Z_0 \cdot j\,\frac{1}{tg\beta h}} = -75 \cdot j\,\frac{\cos\left(\frac{2\pi}{3} \cdot 5\right)}{\sin\left(\frac{2}{3}\pi \cdot 5\right)} = \underline{-j43{,}3\,\Omega}$$

$$\boxed{Z_{be_{rz}} = Z_0 \cdot j \cdot tg\beta h}$$

$\hat{I}_1$ = 5,77 A

$\hat{I}_1 =$ 5,77 A

57. Egy veszteségmentes légszigetelésű távvezeték hosszegységre esô induktivitása L'=5/3 mH/km. Számítsa ki a vezeték Z_0 hullámellenállását.

$$\boxed{Z_0 = \sqrt{\frac{L'}{C'}}} = \sqrt{\frac{\frac{5}{3}\cdot 10^{-6}}{6{,}67\cdot 10^{-12}}} = \underline{\underline{500\ \Omega}}$$

$$v_g = \boxed{c = \frac{1}{\sqrt{L'C'}}} \rightarrow C' = \frac{1}{L'\cdot c^2} = \frac{1}{\frac{5}{3}\cdot 10^{-3}\cdot 10^{-3}\cdot 9\cdot 10^{16}} = 6{,}67\cdot 10^{-12}\ \frac{F}{m}$$

$Z_0 =$ 500 Ω

Távvezeték 2.

58. Egy hullámimpedanciájával lezárt távvezeték bemenetén a feszültség $100\cos\omega t$ V, ω=1 Mrad/s. Határozza meg a feszültség időfüggvényét a z=300 m-es helyen, ha az adott frekvencián $\overline{Z}_0 = 100e^{-j30^o}\ \Omega$, $\alpha = 10^{-2}\mathrm{m}^{-1}$, ? a fázissebesség $v=2.10^8$ m/s.

$$\boxed{v_f = \frac{\omega}{\beta}} \rightarrow \beta = \frac{\omega}{v_f} = \frac{10^6}{2\cdot 10^8} = \underline{\frac{1}{200}}$$

$$\boxed{u(z,t) = U^+\cdot e^{-\alpha z}\cdot \cos(\omega t - \beta z + \rho^+)} = u(300,t) = 100\cdot e^{-\frac{300}{100}}\cdot \cos\left(10^6 t - \frac{300}{200} + 0\right) = \underline{\underline{5\cdot \cos(\omega t - 1{,}5)\,V}}$$

u(300m,t)= $5\cdot\cos(\omega t - 1{,}5)$ V

59. Egy Z_0=50 ohm hullám-ellenállású távvezeték lezárásán a feszültség $u_2(t)=100\cos\omega t$ V, a lezáró kétpólus impedanciája ω körfrekvencián $Z_2=(50-j50)\Omega$. Határozza meg a pozitív irányban haladó feszültséghullám komplex csúcsértékét a lezárás helyén.

$$\boxed{r = \frac{Z_2 - Z_0}{Z_2 + Z_0}} = \frac{-j50}{100-j50} = \underline{0{,}2 - j0{,}4}$$

$$\boxed{U_2 = (1+r)\cdot U_2^+} \rightarrow U_2^+ = \frac{U_2}{1+r} = \frac{100}{1{,}2-j0{,}4} = 75 + 25j = \underline{\underline{79}}\cdot e^{j18{,}43^\circ}$$

$\hat{\overline{U}}^+ =$ 79 V

60. Az $R_2=Z_0/2$ ellenállással lezárt ideális légvezetékre a t=0 pillanatban U_0=10 V egyenfeszültségű feszültségforrást kapcsolunk. Számítsa ki a lezáráson fellépő feszültség értékét a t=2μs időpillanatban, ha ℓ=300 m és Z_0=100 ohm.

$$\boxed{T = \frac{\ell}{c} = \frac{300}{3\cdot 10^8} = 1\,\mu sec} \rightarrow t = 2\,\mu sec \ : \text{ dnegy és visszajön}$$

$$\boxed{r = \frac{Z_2 - Z_0}{Z_2 + Z_0}} = \frac{\frac{Z_0}{2} - Z_0}{\frac{Z_0}{2} + Z_0} = \underline{-\frac{1}{3}}$$

$$\boxed{U_2 = (1+r)\cdot U_0} = \left(1 - \frac{1}{3}\right)\cdot 10 = \underline{\underline{6{,}66\,V}}$$

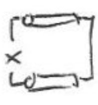
$u_2(t=2\mu s)=$ 6,66 V

61. Mekkora a hossza a mindkét végén rövidrezárt, légszigetelésű, ideális távvezetéknek, ha a legkisebb rezonancia frekvenciája 300 MHz ?

$\ell = ?$

$n = 1$

$$f_n = \frac{n}{2}\cdot\frac{c}{\ell} \rightarrow \ell = \frac{n\cdot c}{2f} = \underline{\underline{0{,}5\,m}} = \boxed{n\cdot\frac{\lambda}{2}} = \ell$$



$$\boxed{\ell = \frac{\lambda}{2}\cdot\left(\frac{1}{2} + n\right)}$$

$$\lambda = \frac{c}{f}$$

$\ell = 0{,}5\,m$

62. Egy Z_0=75 ohm hullám-ellenállású, ideális légszigetelésű távvezeték lezárásán a beeső és a reflektált áramhullám amplitúdója I^+=3 A, ill. I^-=1 A. Számítsa ki a vezetéken a feszültség csúcsértékének legnagyobb és legkisebb értékét.

$\boxed{U^+ = Z_0 \cdot I^+ = 225\,V}$

$\boxed{U^- = Z_0 \cdot I^- = 75\,V}$

$\boxed{r = \frac{U^-}{U^+}} = \frac{1}{3}$

$\hat{U}_{max} = U_2^+ \cdot \left(1 + \frac{1}{3}\right) = 300\,V$

$\hat{U}_{min} = U_2^+ \cdot \left(1 - \frac{1}{3}\right) = 150\,V$

$\hat{U}_{max}$= 300V

$\hat{U}_{min}$= 150V

63. Légszigetelésű, ideális, 50 ohm hullám-ellenállású távvezeték bemenetére szinuszos feszültségforrás, a vezeték másik végére 60 ohmos ellenállás van kapcsolva, amelyen a feszültség amplitúdója 100 V. Mekkora a legnagyobb és legkisebb feszültség amplitúdó a vezeték mentén?

$\boxed{r = \frac{R_2 - Z_0}{R_2 + Z_0}} = \frac{60-50}{60+50} = \frac{1}{11}$

$\boxed{U_2^+ = \frac{U_2}{1+r}} = \frac{100}{1+\frac{1}{11}} = 91{,}67\,V$

$U_{min} = U_2^+ \cdot (1 - |r|) = 83{,}34\,V$

$U_{max} = U_2^+ \cdot (1 + |r|) = 100\,V$

$\hat{U}_{max}$= 100V

$\hat{U}_{min}$= 83,34 V

Távvezeték 3.

64. Egy ideális távvezeték hullámellenállása Z_0=60 Ω, a vezeték hossza $\ell=\lambda/4$, a lezáró ellenállás R_2=120 Ω. Határozza meg a vezetékszakasz bemeneti impedanciáját!

$\boxed{Z_{be} = Z_0 \cdot \frac{Z_2 \cdot \cos b + Z_0 \cdot j \sin b}{Z_0 \cdot \cos b + Z_2 \cdot j \sin b}}$

$\gamma = \alpha + j\beta$; $\alpha = 0$ id. TV

$\boxed{b = \beta \cdot \ell}$ $\boxed{\beta = \frac{2\pi}{\lambda}}$ $\rightarrow b = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot \frac{\lambda}{4} = \frac{\pi}{2}$

$\cos\frac{\pi}{2} = 0$

$\sin\frac{\pi}{2} = 1$

$Z_{be} = \cancel{60}^{30} \cdot \frac{j60}{j\,\cancel{120}_2} = 30\,\Omega$

$ch\,\gamma h = \cos\beta h$

$sh\,\gamma h = j \sin\beta h$

Z_{be}= 30Ω

65. Polietilén szigetelővel Z_0=75 Ω hullámimpedanciájú koaxiális tápvonalat készítünk. A belső vezető sugara r_1=0.6 mm. Határozza meg a köpeny belső sugarát! (a veszteségek elhanyagolhatók)

$L' = \frac{\mu}{2\pi} \cdot \ln\frac{r_2}{r_1}$

$C' = \frac{2\pi \cdot \varepsilon}{\ln\frac{r_2}{r_1}}$

$\rightarrow \boxed{Z_0 = \sqrt{\frac{L'}{C'}}}$

$\downarrow$

$Z_0 \cdot 2\pi \cdot \frac{1}{120\pi} = \ln\frac{r_2}{r_1}$

$\boxed{\sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}} = 120\pi}$

$75 = 60 \cdot \ln\frac{r_2}{r_1}$

$1{,}25 = \ln\frac{r_2}{r_1}$

$e^{1{,}25} = \frac{r_2}{r_1}$

$r_2 = e^{1{,}25} \cdot r_1 = 3{,}49 \cdot 0{,}6 = 2{,}1\,mm$

r_2= 2,1mm

66. Z_0=300 Ω hullámimpedanciájú légszigetelésű Lecher tápvonalat készítünk r_0=0.4 mm sugarú huzalból. Határozza meg a vezetők távolságát, ha a tápvonal veszteségmentesnek vehető!

$L' = \frac{\mu_0}{\pi} \cdot \ln\frac{d}{r_0}$

$C' = \frac{\pi \cdot \varepsilon_0}{\ln\frac{d}{r_0}}$

$\rightarrow \boxed{Z_0 = \sqrt{\frac{L'}{C'}}}$

$Z_0 \cdot \pi \cdot \frac{1}{120\pi} = \ln\frac{d}{r_0}$

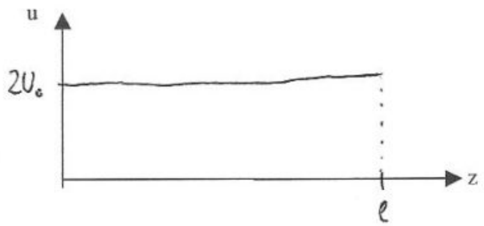
$2{,}5 = \ln\frac{d}{r_0} \rightarrow e^{2{,}5} = \frac{d}{r_0} \rightarrow d = e^{2{,}5} \cdot r_0 = 4{,}87\,mm$

d = 4,87 mm

d= 4,87 mm

67. Az U_0=100 V egyenfeszültségű forrást a t=0 pillanatban kapcsoljuk egy ideális, ℓ hosszúságú távvezetékre. A távvezeték végén szakadás van. Vázolja a távvezetéken az $\frac{l}{c} \le t \le 2\frac{l}{c}$ intervallumban fellépő feszültség (áram) hullámokat!

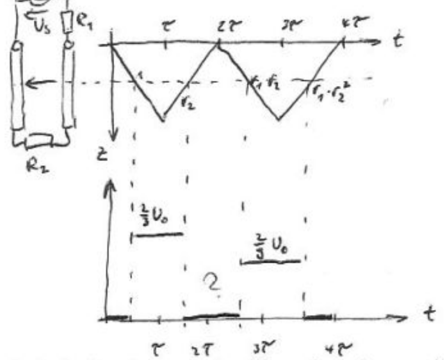
↳ $r_2 = 1$



68. Az U_0=200 V egyenfeszültségű R_1=60Ω belső ellenállású generátort a t=0 pillanatban kapcsoljuk egy ideális, légszigetelésű, ℓ=300 m hosszúságú, Z_0=120 Ω hullám-ellenállású távvezetékre. A vezeték végén rövidzár (szakadás) van. Vázolja a z=0 (z=150 m, z=300 m) helyen fellépő feszültség (áram) időfüggvényét a 0 < t < 4 μs intervallumra!

$\boxed{\begin{aligned} \tau &= \frac{l}{c} = \frac{300}{3\cdot 10^8} = 1\,\mu sec \\ r_1 &= \frac{R_1 - Z_0}{R_1 + Z_0} = -\frac{1}{3} \\ r_2 &= -1 \end{aligned}}$

Menetdiagramm



$U = \frac{Z_0}{Z_0 + R_1} \cdot U_0 \cdot \left(1 + r_2 + r_1 \cdot r_2 + r_1 \cdot r_2^2 + \ldots\right)$ $\underline{r_2 = -1}$

$\frac{2}{3}$

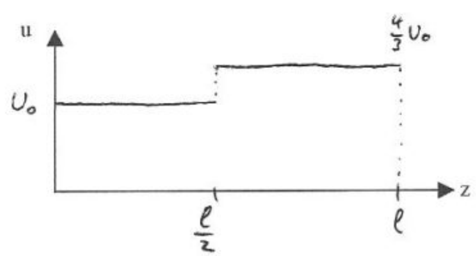
69. Az U_0=20 V egyenfeszültségű forrást a t=0 pillanatban kapcsoljuk egy ideális, ℓ hosszúságú, Z_0=50 Ω hullám-ellenállású távvezetékre. A távvezeték lezárása $R_2=2Z_0$ ellenállás. Vázolja az u(z,2.5T) ill. az i(z,2.5T) diagramot! ($T = \frac{l}{c}$)

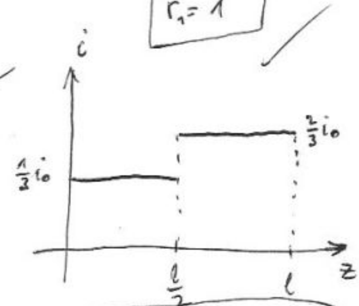
$\boxed{U = U_0 \cdot \left(1 + r_2 + r_1 \cdot r_2 + r_1 \cdot r_2^2 + \ldots\right)}$

?

$\boxed{\begin{aligned} r_2 &= -\frac{1}{3} \\ r_1 &= 1 \end{aligned}}$

$\boxed{\begin{aligned} r_2 &= \frac{2Z_0 - Z_0}{2Z_0 + Z_0} = \frac{1}{3} \\ r_1 &= \frac{0 - Z_0}{0 + Z_0} = -1 \end{aligned}}$





$\boxed{I = I_0 \cdot \left(1 + r_2 + r_1 \cdot r_2 + r_1 \cdot r_2^2 + \ldots\right)}$