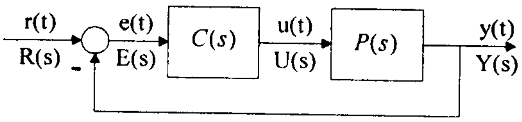
MEGOLDÁSSAL

SZABÁLYOZÁSTECHNIKA 1. ZÁRTHELYI, A csoport

2011.03.22. 8.15-9.45

Név	Neptun kód	Kurzus, Gyakorlatvezető	Összpontszám

1. Egy folytonos szabályozási kör hatásvázlata az ábrán látható:



a./ $P(s)=\dfrac{0.2e^{-5s}}{(1+s)^2}$, $C(s)=0.5\dfrac{1+s}{s}$ mellett vázolja fel a felnyitott kör közelítő Bode diagramját!

b./ Adja meg a vágási körfrekvencia és a fázistartalék közelítő értékét, valamint a fázistartalék analitikus kifejezését!

c./ Stabilis-e a zárt szabályozási kör?

d./ Adja meg az $e(t)$ hibajel állandósult értékét, ha az $r(t)$ alapjel egységsebesség-ugrás! **[4 pont]**

2. Mi az alapmátrix és hogyan számítható ki az értéke? $\Phi(t)\big|_{t=0.1}=\mathbf{L}^{-1}\{\Phi(s)\}\big|_{t=0.1}=\begin{bmatrix}0.9048 & 0.0431\\ 0 & 0.8187\end{bmatrix}$ és

$\mathbf{x}_o=\mathbf{x}(0)=\begin{bmatrix}5\\3\end{bmatrix}$ esetén határozza meg $\mathbf{x}(t)$ értékét a $t=0.2$ időpillanatban, ha $u(t)\equiv 0$! **[4 pont]**

3. Adott egy lineáris rendszer állapotteres modellje: $A=\begin{bmatrix}-1 & 0\\ 0 & -2\end{bmatrix}$, $\mathbf{b}=\begin{bmatrix}2\\4\end{bmatrix}$, $\mathbf{c}^T=\begin{bmatrix}3 & 5\end{bmatrix}$ és $d=0$. Határozza meg a rendszer $w(t)$ súlyfüggvényét (impulzus válaszfüggvényét)! **[4 pont]**

4. Definiálja a fázistartalék (fázistöbblet) és az erősítési tartalék fogalmát! **[3 pont]**

5. Írja fel a $H(s)=2\dfrac{s+2}{s^2+6s+8}$ átviteli függvényű rendszer egy irányítható állapotmodelljét! Megfigyelhető ez a realizáció? **[3 pont]**

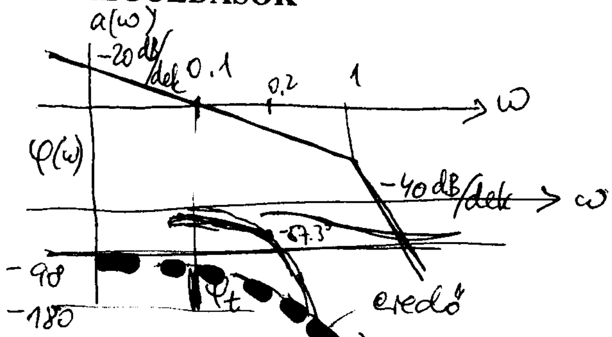
6. Egy zárt szabályozási rendszerben a felnyitott kör átviteli függvénye $L(s)=K\dfrac{s^2-6s+18}{(s+6)(s^2+6s+18)}$. Vázolja fel a gyökhelygörbe jellegét! Milyen $K>0$ értékekre lesz stabilis a zárt kör? **[4 pont]**

7. Egy lineáris szakasz átviteli függvénye $P(s)=\dfrac{K}{1+sT}$, bemenőjele $u=3\sin(4t+30^\circ)$, a szakasz kimenőjele állandósult állapotban $y_{áll}=\sin(4t-15^\circ)$. Határozza meg K és T értékét! **[4 pont]**

8. Vázolja fel a $P(s)=10\dfrac{1+8s}{1+4s}$ átviteli függvényű folyamat Bode diagramját, Nyquist diagramját és átmeneti függvényét! Jelölje be a diagramok jellegzetes pontjait! **[4 pont]**

SZABÁLYOZÁSTECHNIKA 1. ZÁRTHELYI, A csoport
MEGOLDÁSOK

1. a./ $L(s) = C(s)P(s) = \dfrac{0.1e^{-5s}}{s(1+s)}$



b./ $\omega_c \cong 0.1 \quad \varphi_t = 180^\circ - 90^\circ - \operatorname{arctg}\omega_c - 5\omega_c = 90^\circ - 5.7^\circ - 28.6^\circ = 55.7^\circ$

c./ Stabilis ($\varphi_t > 0$)

d./ $e_\infty = 1/0.1 = 10 \ (j = 1)$

2. a./ $\mathbf{\Phi}(t) = e^{\mathbf{A}t} = \mathbf{L}^{-1}\{\mathbf{\Phi}(s)\} = \mathbf{L}^{-1}\left\{(s\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1}\right\}$

$$\mathbf{x}(0.2) = e^{\mathbf{A}0.2}\mathbf{x}_o = e^{0.1\mathbf{A}}e^{0.1\mathbf{A}}\mathbf{x}_o =$$

$$= \begin{bmatrix} 0.9048 & 0.0431 \\ 0 & 0.8187 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0.9048 & 0.0431 \\ 0 & 0.8187 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 5 \\ 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4.32 \\ 2.01 \end{bmatrix}$$

3. a./ $\mathbf{\Phi}(s) = (s\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1} = \begin{bmatrix} \dfrac{1}{s+1} & 0 \\ 0 & \dfrac{1}{s+2} \end{bmatrix}$

$$w(t) = \mathbf{c}^T e^{\mathbf{A}t}\mathbf{b} = \begin{bmatrix} 3 & 5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e^{-t} & 0 \\ 0 & e^{-2t} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 \\ 4 \end{bmatrix} = 6e^{-t} + 20e^{-2t}, \quad t \geq 0.$$

4. $\varphi_t = 180^\circ + \varphi(\omega_c) \qquad \omega_c : \left|L(j\omega)\right|_{\omega=\omega_c} = 1$

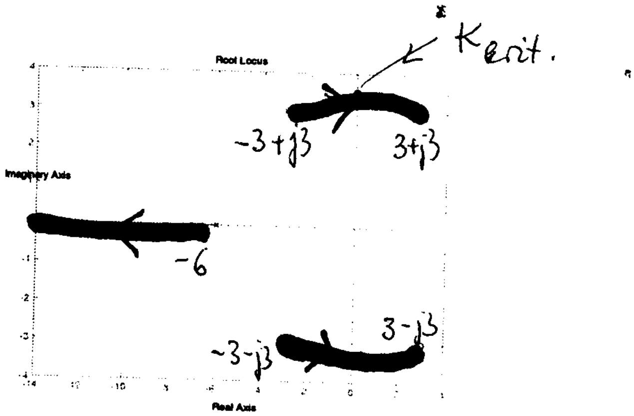
$$GM = \frac{1}{\left|L(j\omega)\right|_{\omega=\omega_\pi}} \qquad \omega_\pi : \measuredangle L(j\omega)\big|_{\omega=\omega_\pi} = -180^\circ$$

5.
$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -8 & -6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \end{bmatrix} u(t)$$

$$y(t) = \begin{bmatrix} 2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$$

Nem megfigyelhető, mert irányítható és $H(s)=\dfrac{2(s+2)}{(s+2)(s+4)}=\dfrac{2}{s+4}$ miatt nem lehet irányítható <u>és</u> megfigyelhető. (Illetve: det M_o=det$\begin{bmatrix} c^T \\ c^T A \end{bmatrix}$=det$\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ -8 & -4 \end{bmatrix}$=0

6. A gyökhelygörbe $1+KL(s)=1+K\dfrac{s^2-6s+18}{(s+6)(s^2+6s+18)}=0$ gyökeinek helye $0<K<\infty$ esetén.



A zárt rendszer karakterisztikus egyenlete: $s^3+(12+K)s^2+6(9-K)s+18(6+K)=0$

Pl. a HURWITZ módszer szerint haladva a stabilitás feltétele

$$s^3+(12+K)s^2+(54-6K)s+18(6+K)=0$$

$$\begin{vmatrix} 12+K & 18(6+K) & 0 \\ 1 & 54-6K & 0 \\ 0 & 12+K & 18(6+K) \end{vmatrix}$$

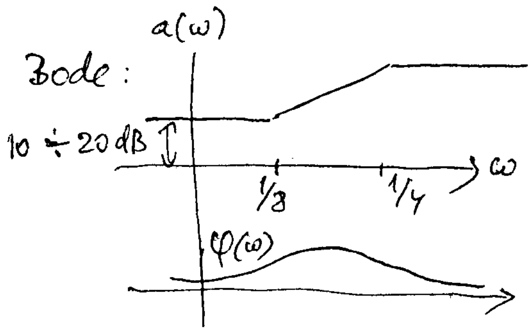
$$K^2+6K-90>0$$

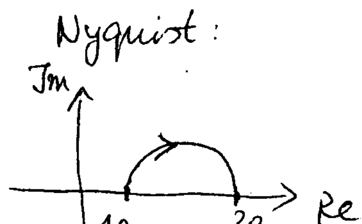
$$K<6.95$$

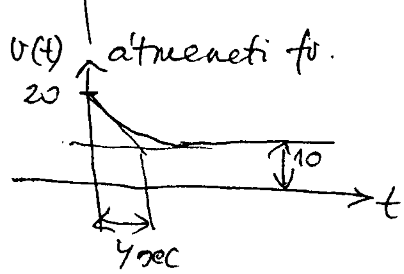
7. $\varphi(\omega)\big|_{\omega=4}=-45^\circ$, $\quad \text{arctg}\,\omega T\big|_{\omega=4}=45^\circ$, $\quad \omega T\big|_{\omega=4}=1$, $\quad$ T=0.25

$$a(\omega)\big|_{\omega=4}=\frac{K}{\sqrt{1+\omega^2T^2}}\Bigg|_{\omega=4}=\frac{K}{\sqrt{2}}=\frac{1}{3},\quad K=\frac{\sqrt{2}}{3}$$

8. $P(s)=10\dfrac{1+8s}{1+4s}$.



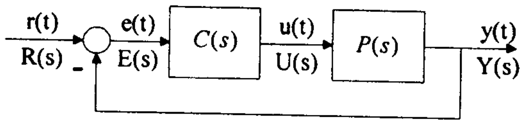




SZABÁLYOZÁSTECHNIKA 1. ZÁRTHELYI, B csoport
2011.03.22. 8.15-9.45

Név	Neptun kód	Kurzus, Gyakorlatvezető	Összpontszám

1. Egy folytonos szabályozási kör hatásvázlata az ábrán látható:



a./ $P(s)=\dfrac{2e^{-0.05s}}{(1+0.01s)^2}$, $C(s)=5\dfrac{1+0.01s}{s}$ mellett vázolja fel a felnyitott kör közelítő Bode diagramját!

b./ Adja meg a vágási körfrekvencia és a fázistartalék közelítő értékét, valamint a fázistartalék analitikus kifejezését!

c./ Stabilis-e a zárt szabályozási kör?

d./ Adja meg az $e(t)$ hibajel állandósult értékét, ha az $r(t)$ alapjel egységsebesség-ugrás! **[4 pont]**

2. Vázolja fel a $P_1(s)=\dfrac{1}{s+4}$ és a $P_2(s)=\dfrac{1}{s^2}$ folyamatok párhuzamos kapcsolásának realizálását! Vegye fel az állapotváltozókat az integrátorok kimenetén és írja fel a rendszer állapotmodelljét! **[4 pont]**

3. Egy zárt szabályozási rendszer eredő átviteli függvénye $T(s)=\dfrac{Y(s)}{R(s)}=\dfrac{\omega_o^2}{s^2+2\xi\omega_o s+\omega_o^2}$. A zárt rendszert egy $L(s)$ hurokátviteli függvény merev (egységnyi negatív) visszacsatolása valósítja meg. Határozza meg $L(s)$ értékét! **[4 pont]**

4. Adja meg az állapotegyenlet megoldását az idő és a komplex frekvenciatartományban! **[3 pont]**

5. Írja fel a $H(s)=2\dfrac{s+2}{s^2+6s+8}$ átviteli függvényű rendszer egy megfigyelhető állapotmodelljét! Irányítható ez a realizáció? **[3 pont]**

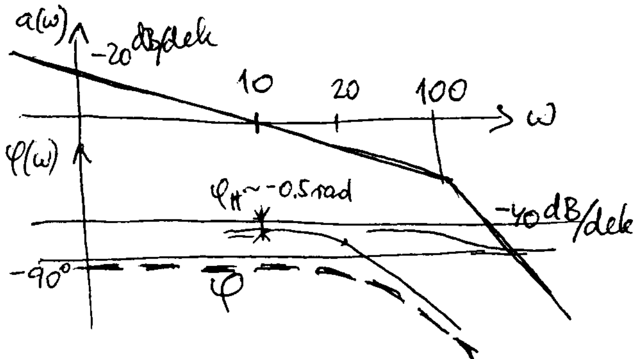
6. Egy zárt szabályozási rendszerben a felnyitott kör átviteli függvénye $L(s)=K\dfrac{(s-3)^2}{(s+2)(s^2+2s+2)}$. Vázolja fel a gyökhelygörbe jellegét! Milyen $K>0$ értékekre lesz stabilis a zárt kör? **[4 pont]**

7. Egy lineáris szakasz átviteli függvénye $P(s)=\dfrac{K}{s(1+sT)}$, bemenőjele $u=2\sin(2t+30^\circ)$, a szakasz kimenőjele állandósult állapotban $y_{áll}=\sin(2t-90^\circ)$. Határozza meg K és T értékét! **[4 pont]**

8. Definiálja a modulus tartalékot és vázolja fel az értelmezését demonstráló ábrát! **[4 pont]**

SZABÁLYOZÁSTECHNIKA 1. ZÁRTHELYI, A csoport
MEGOLDÁSOK

1. a./ $L(s)=C(s)P(s)=\dfrac{10e^{-0.05s}}{s(1+0.01s)}$



b./ $\omega_c \cong 10 \qquad \varphi_t = 180^\circ - 90^\circ - \mathrm{arctg}0.01\omega_c - 0.05\omega_c = 90^\circ - 5.7^\circ - 28.6^\circ = 55.7^\circ$

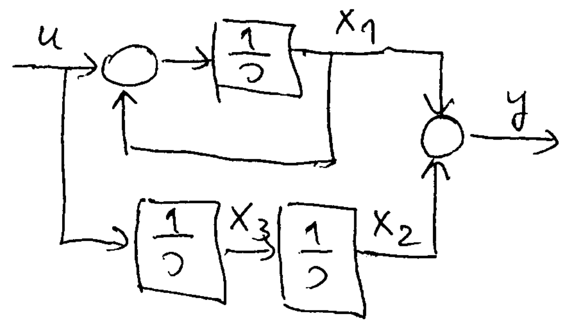
c./ Stabilis ($\varphi_t > 0$)

d./ $e_\infty = 1/10 = 0.1 \qquad (j = 1)$

2.

$$\begin{bmatrix}\dot{x}_1\\ \dot{x}_2\\ \dot{x}_3\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-4&0&0\\0&0&1\\0&0&0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x_1(t)\\x_2(t)\\x_3(t)\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}1\\0\\1\end{bmatrix}u(t)$$

$$y(t)=\begin{bmatrix}1&1&0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x_1(t)\\x_2(t)\\x_3(t)\end{bmatrix}$$



3. $T(s)=\dfrac{Y(s)}{R(s)}=\dfrac{L(s)}{1+L(s)}, \qquad L(s)=\dfrac{T(s)}{1-T(s)}=\dfrac{\omega_o^2}{s(s+2\xi\omega_o)}$

4.

$$\mathbf{x}(t)=e^{\mathbf{A}t}\mathbf{x}(0)+\int_0^t e^{\mathbf{A}(t-\tau)}\mathbf{b}u(\tau)d\tau$$

$$\mathbf{X}(s)=\mathbf{\Phi}(s)\left[\mathbf{x}(0)+\mathbf{b}U(s)\right], \qquad \mathbf{\Phi}(s)=(s\mathbf{I}-\mathbf{A})^{-1}$$

5.

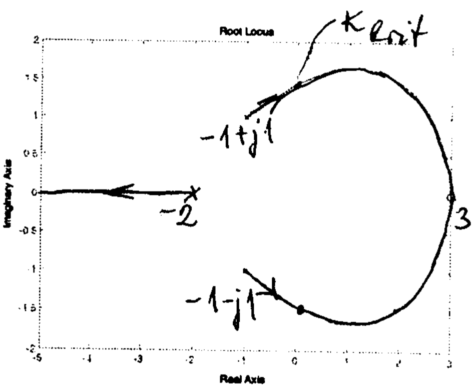
$$\begin{bmatrix}\dot{x}_1\\ \dot{x}_2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-6&1\\-8&0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x_1\\x_2\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}2\\4\end{bmatrix}u(t)$$

$$y(t)=\begin{bmatrix}1&0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x_1\\x_2\end{bmatrix}$$

Nem irányítható, mert megfigyelhető és $H(s)=\dfrac{2(s+2)}{(s+2)(s+4)}=\dfrac{2}{s+4}$ miatt nem lehet egyszerre irányítható és megfigyelhető.

Illetve: $\det M_c=[\mathbf{b}\quad \mathbf{Ab}]=\begin{bmatrix}2 & -8\\ 4 & -16\end{bmatrix}=0$

6. A gyökhelygörbe $1+KL(s)=1+K\dfrac{s^2-6s+9}{(s+2)(s^2+2s+2)}=0$ gyökeinek helye $0<K<\infty$ esetén.



A zárt rendszer karakterisztikus egyenlete: $s^3+(4+K)s^2+6(1-K)s+4+9K=0$

Pl. a HURWITZ módszer szerint haladva a stabilitás feltétele

$$s^3+(4+K)s^2+6(1-K)s+4+9K=0$$

$$\begin{vmatrix}4+K & 4+9K & 0\\ 1 & 6(1-K) & 0\\ 0 & 4+K & 4+9K\end{vmatrix}$$

$$6K^2+27K-20<0$$

$$K<0.647$$

7. $\varphi(\omega)\big|_{\omega=2}=-120^\circ$, $\quad \operatorname{arctg}\omega T\big|_{\omega=2}=30^\circ$, $\quad \omega T\big|_{\omega=2}=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$, $\quad T=\dfrac{\sqrt{3}}{6}$

$$a(\omega)\big|_{\omega=2}=\left.\frac{K}{\omega\sqrt{1+\omega^2T^2}}\right|_{\omega=2}=\frac{K}{2\sqrt{1+\frac{12}{36}}}=\frac{1}{2},\qquad K=\frac{2\sqrt{3}}{3}$$

8.

$$\rho_m=\frac{1}{\max\limits_{\omega}|S(j\omega)|}=\min_{\omega}|1+L(j\omega)|$$