

## Az 5. gyakorlat feladatai

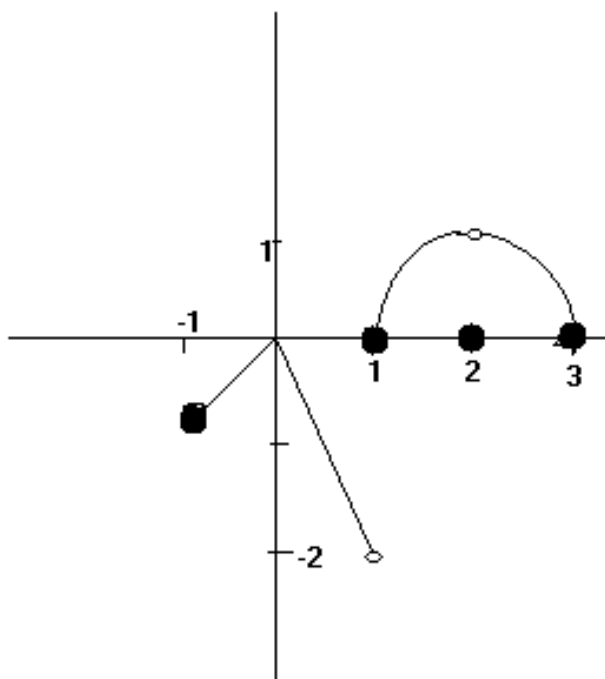
1. Igaz-e?

$$\lim_{x \rightarrow 3} f(x) = 0,$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = 0,$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} f(x) \text{ nem létezik,}$$

$$\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) \text{ létezik, ha } x_0 \neq 1.$$



1. ábra. Az  $f$  függvény grafikonja

2.  $F(x) = \frac{x^2+3x+2}{2-|x|}$ . Nézzük meg  $x = \pm 2$ -ben a féloldali és kétoldali határértékeket.

3.  $f(x)$ -ről csak annyi ismert, hogy 
$$\begin{cases} x^4 \leq f(x) \leq x^2 & \text{ha } |x| \leq 1, \\ x^2 \leq f(x) \leq x^4 & \text{ha } |x| \geq 1. \end{cases}$$

Mely (nem csak véges!) pontokban lehet ennek alapján meghatározni  $f$  határértékét?

4. Ha  $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{f(x)-5}{x-2} = 1$ , akkor  $\lim_{x \rightarrow 4} f(x) = ?$   
 Ha  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x)-5}{x-2} = 1$ , akkor  $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = ?$
5. Mekkora  $R$  ellenállás mellett érhető el, hogy egy  $V = 120$  voltos feszültség alatti áramkörben  $I = 5 \pm 0.1$  amper áram folyjon? (Ohm-törvény:  $V = IR$ .)
6. Keressünk megfelelő  $\delta$ -t a megadott  $\varepsilon$ -hoz úgy, hogy  $|x - x_0| < \delta$ ,  $x \neq x_0$  esetén  $|f(x) - \lim_{x \rightarrow x_0} f(x)| < \varepsilon$  (a határérték definíciója szerint  $\forall \varepsilon > 0$ -hoz van ilyen  $\delta > 0$ ).

$$\lim_{x \rightarrow 10} \sqrt{19 - x}, \quad \varepsilon = 0.1,$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} f(x), f(x) = \begin{cases} x^2 & \text{ha } |x| \neq 1, \\ 2 & \text{ha } |x| = 1. \end{cases}, \quad \varepsilon = 0.01,$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{x}, \quad \varepsilon = 10^{-3},$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} x, \quad \varepsilon = \frac{1}{200},$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \sqrt{x}, \quad \varepsilon = 10^{-100}.$$

7.

$$\lim_{x \rightarrow 0} x \sin \frac{1}{x} = ?$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \sin \frac{1}{x} = ?$$

8. Határozza meg az alábbi határértékeket:

$$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 + 3x + 2}{x^2 - x - 2},$$

$$\lim_{y \rightarrow -3} (5 - y)^{\frac{4}{3}},$$

$$\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x + 2}{\sqrt{x^2 - 5}} - 3,$$

$$\lim_{x \rightarrow 4} \frac{4x - x^2}{2 - \sqrt{x}},$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x}{3x},$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan 2x}{x},$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{\sin 2x},$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{2x}{x^2 - x + \sin x},$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{\sin 2 \sin x},$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 x}{\cos x}.$$