ANALÍZIS 2. | **II. Zárthelyi** | **2019. május 10.**
Mérnökinformatikus szak | α-variáns | Munkaidő: 75 perc

1. feladat (6+6+6=18 pont)
Írja fel az alábbi függvények $x_0 = 1$ körüli Taylor-sorát és azok konvergenciasugarát:

$$f_1(x) = \frac{1}{x+3}, \qquad f_2(x) = \frac{1}{(x+3)^2}, \qquad f_3(x) = \frac{1}{\sqrt{x+3}}.$$

2. feladat (12 pont)
Legyen $f(x) = x\sin 2x^2$. Számolja ki $f^{(99)}(0)$ és $f^{(100)}(0)$ értékét.

3. feladat (18 pont)
Hol folytonos illetve totálisan differenciálható az alábbi függvény?

$$f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{4x^2y^2}{3x^4+5y^4}\,, & \text{ha } (x,y) \neq (0,0) \\[2ex] 0\,, & \text{ha } (x,y) = (0,0) \end{cases}$$

4. feladat (6+14=20 pont)
a) Adjon elégséges feltételt arra, hogy egy kétváltozós függvénynek egy pontban lokális szélsőértékhelye van.
b) Keresse meg az

$$f(x,y) = (x-2y)^3 \;-\; 12x \;+\; 4y^2$$

függvény lokális szélsőértékhelyeit és azok típusát.

5. feladat (13 pont)
Milyen nemnegatív x, y, z esetén maximális xy^2z, ha feltesszük, hogy $x+y+z = 20$?

6. feladat (19 pont)
Számolja ki az $f(x,y) = \dfrac{2xy^2}{x^2+y^2}$ függvény integrálját a $Q = \{(x,y) : 4 \leq x^2+y^2 \leq 16,\ x \leq 0,\ y \geq 0\}$ tartományon.

IMSC feladat (15 IMSC pont)

Egy 1 sugarú gömbbe beleillesztünk egy $\dfrac{1}{2}$ sugarú végtelen egyenes körhengert úgy, hogy annak egyik alkotója átmenjen a gömb középpontján. Határozza meg a két test közös részének térfogatát!