

1. feladat (10+6=16 pont)

$$f(x, y) = \arccos(xy^2), \quad P\left(2, \frac{1}{2}\right)$$

a) Írja fel az f függvény grafikonját a P pontban érintő sík egyenletét!

b) Milyen \mathbf{e} egységvektor esetén minimális a $\frac{df(P)}{d\mathbf{e}}$ iránymenti derivált? Mekkora ez a minimum?

2. feladat (16 pont)

$$f \in C^2(\mathbb{R}), \quad g(x, y) = \frac{f(5x + y^2)}{x}$$

Írja fel g másodrendű parciális deriváltjait az (x, y) pontban ($x \neq 0$)!

3. feladat (17 pont)

$$f(x, y) = 6x - 4y^3 - (x - 2y)^2$$

Hol és milyen jellegű lokális szélsőértékei vannak az f függvénynek?

4. feladat (17 pont)

Az integrálok sorrendjének felcserélésével számolja ki az

$$I = \int_{y=-4}^0 \int_{x=-\frac{y}{2}}^2 e^{x^2} dx dy + \int_{y=0}^2 \int_{x=y}^2 e^{x^2} dx dy$$

integrál értékét! Készítsen rajzot is az integrálási tartományról!

5. feladat (17 pont)

$$T : \begin{cases} 0 \leq x \\ y \leq 0 \end{cases} \quad I = \iint_T \frac{1}{(x^2 + y^2)^{\frac{3}{2}} + \sqrt{x^2 + y^2}} dT = ?$$

Tanács: síkbeli polár-koordinátákkal dolgozzon!

6. feladat (17 pont)

Legyen V a

$$z = 2, \quad z = 5 - \sqrt{x^2 + y^2}$$

egyenletű felületekkel határolt korlátos térrész!

$$I = \iiint_V 3z dV = ?$$

IMSC feladat (12 IMSC pont)

Határozza meg az

$$x^2 + y^2 + z^2 \leq 1 \quad \text{gömb és az} \quad \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + y^2 \leq \frac{1}{4} \quad \text{henger}$$

közös részének V térfogatát!