

**1. feladat (18 pont)**

Hol és milyen típusú szakadása van az alábbi függvénynek?

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sin(x-2)}{x^2+2x-8}, & \text{ha } x \geq 0 \\ \frac{4 \operatorname{ch}(x^2)}{x+3}, & \text{ha } x < 0 \end{cases}$$

**2. feladat (5+10=15 pont)**

a) Írja le egy  $f$  függvény  $x_0$  pontbeli deriváltjának definícióját!

b) A definíció alapján számolja ki az  $f(x) = \sqrt{3x+7}$  függvény deriváltját az  $x_0 = 3$  pontban!

**3. feladat (10+12+10=32 pont)**

Számolja ki az alábbi határértékeket!

$$a) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\arcsin(2x-4)}{\operatorname{tg}(6-3x)} \quad b) \lim_{x \rightarrow 0^+} (\sin x)^x \quad c) \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\operatorname{sh}(3x+2)}{\operatorname{ch}(4-3x)}$$

**4. feladat (17 pont)**

Határozza meg az  $f(x) = 2\pi - \arccos(3-5x)$  függvény értelmezési tartományát, értékészletét, igazolja, hogy a függvény invertálható, majd adja meg a függvény inverzét, annak értelmezési tartományát és értékészletét!

**5. feladat (18 pont)**

Melyek azok a legbővebb intervallumok, amelyeken az  $f(x) = (x+1) \operatorname{arctg}(x-1)$  függvény konvex, illetve konkáv? Hol vannak inflexiós pontjai a függvénynek?

---

**IMSC feladat (8 IMSC pont)**

Az egységnyi oldalú szabályos háromszögnek levágjuk az egyik sarkát úgy, hogy a levágott rész egy  $x \in (0,1)$  oldalú szabályos háromszög. Milyen  $x$ -re maximális a  $T(x)/K(x)$  mennyiség, ahol  $T(x)$  a megmaradt trapéz területe,  $K(x)$  pedig a kerülete? (Bizonyítás nélkül elfogadjuk, hogy a vizsgált függvénynek maximuma van a vizsgált szakaszon.)