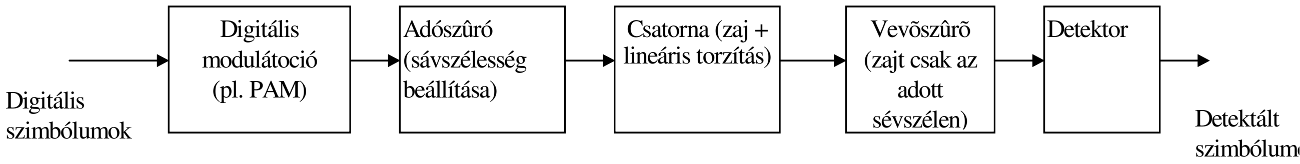
Óravázlatok a híradástechnika tárgyhoz

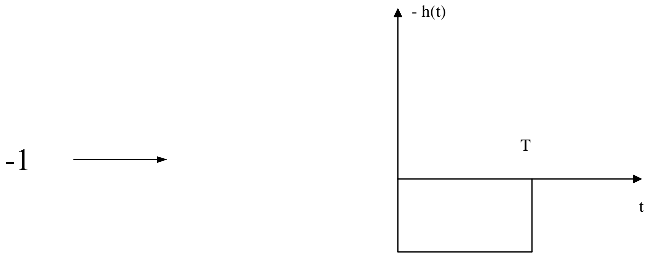
D5 Szimbólumközti áthallás (lineáris és döntésvisszacsatolt kiegyenlítés)

Intuitív kép:

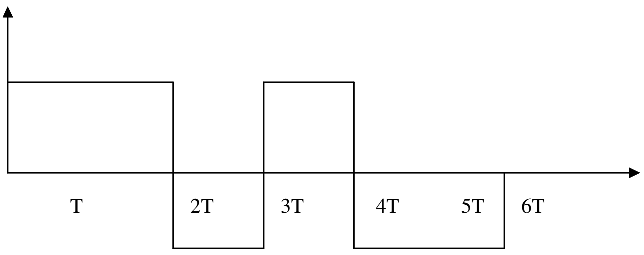


Digitális moduláció: szimbólumok leképezése jelalakokba.

Pl:



Egy leadott szimbólumsorozathoz 1,1,-1,1,-1-1tartozó jelsorozat



Mikor érkezik meg a ez a jelsorozat torzítatlanul a csatorna túloldalára ?

Ha végtelen sávszélességû ideális csatornánk lenne.

Az átvitelnek azonban sávkorlátozttnak kell lennie (különben nem lehetne például frekvencia szerint nyalábolni). A Fourier transzformáció tulajdonságai alapján, ha véges a sávszélesség, akkor a jel-alakok szétterülnek idõben (véges frekvenciatartománybeli tartóhoz, végtelen idõbeli tartó tartozik) !!!

Így a csatorna kimenetén a jel következőképpen nézne ki

Ezt a jelenséget *szimbólumközi áthallásnak*, vagy angolul *Intersymbol Interference (ISI)* nevezik.

Az előadás az ISI hatásáról és az ellene való védekezésről szól.

Következmény: Még a mintavételezés után is lehetséges, hogy a *k*-ik mintára hatást gyakorolnak a *k-1,k-2,* …. idõpontban leadott jelek. Ezért a detektor bementére egy *memóriával* rendelkezõ jelsorozat kerül, ami nagyon rossz hatásfokkal detektálható egy memóriamentes küszöbdetektorral. Ezért az ISI *káros* jelenség.

Hatásmechanizmus: lineáris torzítás ------→ memória a vett jelsorozatban

Hogyan lehet az ISI-tõl megszabadulni véges sávszélesség esetén ?

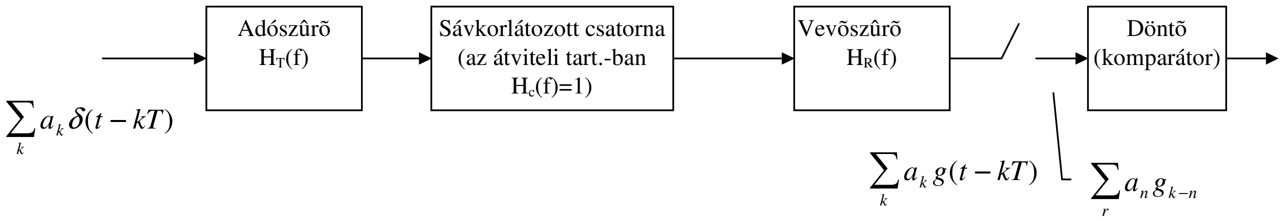
A jelek idõben mindenképpen szétkenõdnek, de ügyesen úgy állítjuk be õket, hogy a mintavételi idõpontban éppen ne legyen áthallás (erre fog választ adni a Nyquist kritérium).

Az ISI kétféleképpen jöhet létre:

1. Az ÖK szûrõit rosszul méreteztük.
2. A csatorna lineáris torzítása miatt.

2 Szûrõtervezés az ISI mentességre (a Nyquist kritérium)

Modell:



Jelölje az adó és vevõszûrõ eredõ karakterisztikáját *g(t)*

$$g(t)=\int_{-\infty}^{\infty} h_{Tr}(\tau)h_R(t-\tau)d\tau \qquad G(f)=H_{Tr}(f)H_R(f)$$

g(t) mintavételezett értékei a $t_O + kT$ idõpontban g_k, pontosabban

$$g_k = g(t_O + kT)$$

A mintavételezõ után kapott jel így

$$\sum_n g_{k-n}a_n = g_o a_k + \sum_{n,n\neq k} g_{k-n}a_n$$

ISI mentes tag

Az ISI hatása

Így az ISI hatására a *k*-ik mintavételi idõpontban vett jel az nemcsak a *k*-ik idõpillanatban leadott szimbólumtól, hanem az azt megelõzõektõl is függ.

<u>Kérdés:</u>

Hogyan kell G(f)-et megválasztani, hogy ha az érkezõ jelet a *kT/2* (k=1,2, …) mintavételezzük, akkor ne legyen ISI (azaz a második szummás tag zérus legyen) ?

<u>Válasz (Nyquist kritérium)</u>

Ha G(f) eleget tesz a

$$\sum_k G\left(f-\frac{k}{T}\right)=T \quad f\in\left[-\frac{2}{T},\frac{2}{T}\right] \;\; k=0,1,2.\ldots$$

feltételnek, akkor a mintavett idõpontokban nincs ISI.

Bizonyítás (csak vázlatos):

Ahhoz, hogy ne legyen áthallás $g_k = \delta_{k0} = \begin{cases} 1 \text{ ha } k = 0 \\ 0 \quad k \neq 0 \end{cases}$ feltétel tartozik. Ebbõl $G(e^{j2\pi fkT}) = T$ feltétel adódik. A diszkrét Fourier tarnszformált és a folytonos Fourier transzformált közötti kapcsolatból

$$G(e^{j2\pi fkT}) = \sum_k G(f - k / T) = T$$

egyenlõség adódik.

Példák a Nyquist feltétel kielégítésére:

Ideális átvitel az (-2/T, 2/T) intervallumon (végtelen meredekség, impelmenetálhatatlan, az inverze Fourier egy sin(t)/t típus, ami ISI mentes ugyan de érzékeny a hibákra

Trapéz alakú példa pontszimmetriával

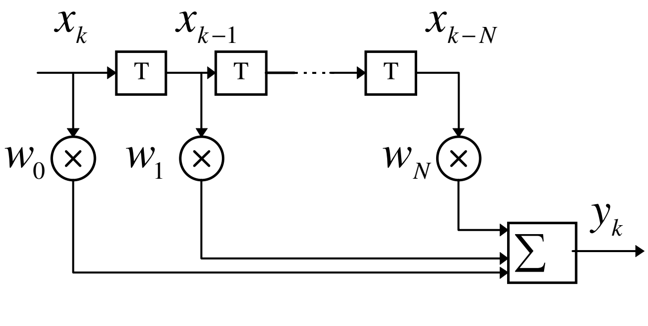
Emelet cosinus-os példa megnövelt sávszélesség de sin(t)/t^n - típus, ami kevésbé érzékeny az órajelkinyerés hibáira

Ez egy ideális modell volt, ahol csak a szûrõk korlátoztak bennünket. A valóságban a csatorna is torzít (pl. mikrohullámú rádiócsatorna, többutas terjedéssel).

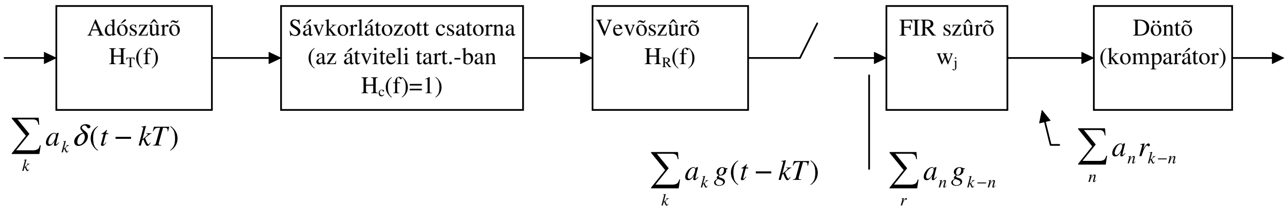
3 Az ISI ellensúlyozása kiegyenlítéssel (harc a csatorna torzításai ellen)

Zaj nélküli eset

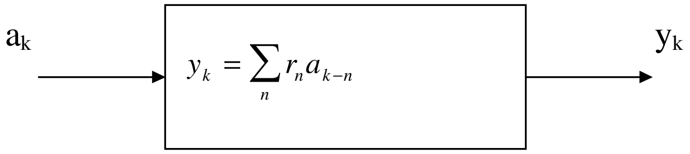
Egyelőre feledkezzünk meg a zaj hatásáról. Ha az ISI mentességet csak a mintavételi időpontokban akarjuk visszaállítani, akkor elegendő egy diszkrét szűrő a kimeneten. Ezt a szűrőt kiegyenlítőnek nevezzük.



A kiegyenlítő transzfer függvénye $y_k = \sum_j w_j x_{k-j}$ ahol w_j is the discrete impulse response function



A fenti ábra alapján az ÖK diszkrétidős helyettesítőképe (a leadott szimbólumtól a döntőkészülék bemenetéig) a következő:



Where $$r_n = \sum_j h_{n-j} w_j$$

<u>Kérdés</u>: Hogyan állítsuk be a w_j kiegyenlítő együtthatókat ?

Tételezzük fel, hogy végtelen sok megcsapolású FIR szűrőnk van. Mivel az ISI mentesség kritériuma $r_n = \delta_{no}$, ezért w_j-kre a következő egyenletrendszer adódik.

$$\sum_j h_{n-j} w_j = \begin{cases} 1 & \text{ha } n = O \\ O & \text{ha } n \neq O \end{cases} \quad j = O,1,2,...$$

Ezért egy végtelen fokszámú kiegyenlítővel (ami persze csak fikció) az ISI teljesen megszüntethető. Mivel a kiegyenlítő az eredő csatorna imp. Válaszfüggvényének r_n-nek az elemeit teszi zérussá, ezért ezt a módszert *Zero Forcing (Zérusra Kényszerítő)* stratégiának hívják.

A valóságban a kiegyenlítő fokszáma véges, ilyenkor a

$$r_n = \sum_j h_{n-j} w_j$$

konvolúciónak mindig lesznek zérustól különböző tagjai. (Ha *h* tartója *N* és *w* tartója *M*, akkor *r* tartója *M+N+1*). Ezért a fenti egyenletrendszerben csak az első M elemre köthetjük meg, hogy

$$\sum_j h_{n-j} w_j = \begin{cases} 1 & \text{ha } n = O \\ O & \text{ha } n \neq O \end{cases} \quad j = O,1,2,... M-1$$

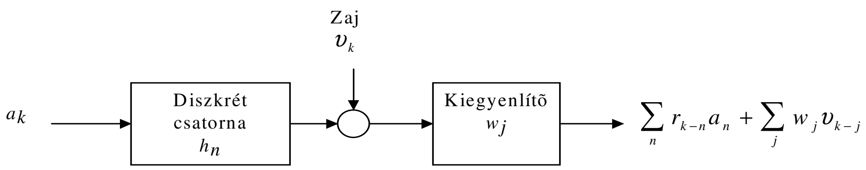
legyen.

Megjegyzés:

Hogy ilyenkor is egy lineáris egyenletrendszerhez jutunk, amelynek pont az első *M* tagját kell zérussá tenni (holott bármelyik másik *M* tagot is lehetne) az egyáltalán nem triviális. Az eredmény belátáshoz konvex programozási módszerek szükségesek (lsd. Lucky, Saltz, Weldon: "Adatátvitel" c. könyvét).

Kiegyenlítés zaj jelenlétében

A valódi csatornában additív Gaussi zaj is jelen van, amelynek a hatását figyelembe kell venni. Így az ÖK diszkrétidős modellje a következő:



Ahol a kimenő jel teljes függése a kiegyenlítőegyütthatóktól a következő:

$$b_k = \sum_k \sum_j w_j h_{n-j} a_{k-n} + \sum_j w_j \upsilon_{k-j}$$

Az eredő csatorna függvény továbbra is $r_k = \sum_n w_j h_{k-j}$

A kimenetre transzfomált zaj viszont: $\eta_k = \sum_j w_j \upsilon_{k-j}$

Ebből látható, hogy a kiegyenlítő együtthatók beállítása során most a következő két ellentétes hatás között kell kompromisszumot találnunk:

Csatorna torzítás kiegyenlítése — ellentét — A zaj "elnyomása"

$$w_{opt}:\ r_k = \sum_n w_j h_{k-j} = \delta_{ko}$$

$$w_{opt}: \min E\left(\eta_k^2\right)$$

Ha ugyanis a csatornának nagy a torzítása (pl. bizonyos helyeken nagy csillapítás, azaz zérusok a DFT-ben) , akkor az erre méretezett kiegyenlítőegyütthatók (pólusok a DFT-ben), nagyon kiemelik a zajt, azaz elrontják a jel/zaj viszonyt.

Ezért ilyenkor a kiegyenlítési Minimum Mean Square Error (MMSE) kritérium alapján történik.

MMSE kritérium:

$$w_{opt}: \min E\left(a_k - b_k\right)^2$$

A megoldás a Wiener-Hopf egyenlet alapján (lsd. első előadások):

$$\mathbf{Rw_{opt}} = \mathbf{s} \quad \text{ahol} \quad R_{ij} := E(b_{k-i} b_{k-j}) \quad \text{és} \quad s_i = E\left(b_k a_{k-i}\right) \quad i = 0, \ldots, M-1$$

Ezen stratégia alapján a négyzetes hibát minimalizáljuk.

Megjegyzés:

Fontos észrevenni, hogy az optimális kiegyenlítõ beállításához, vagy a fenti autókorrelációs mátrixot, illetve keresztkorrelációs vektort, (vagy ezek híján) az a_k, illetve b_k sorozatokat kell ismerni. Mivel a kiegyenlítõ a vételi oldalon van, ezért az a_k sorozat elõzetesen nem ismert, hiszen ez a venni kívánt információ.

Kérdés:

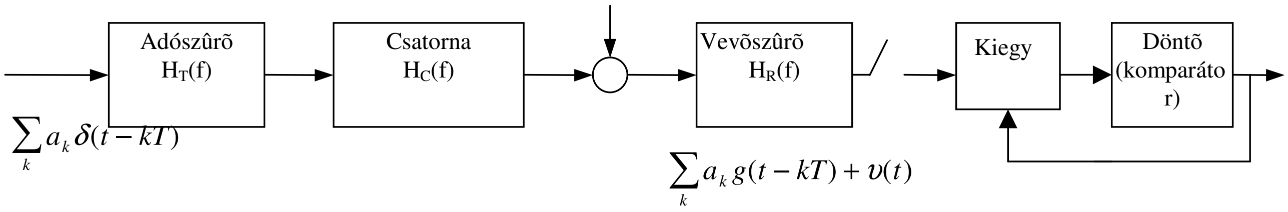
Hogyan lehet a kiegyenlítõ együtthatókat beállítani, ha az a_k sorozat ismeretlen a vételi oldalon ?

1 Válasz:

Ha minden valódi információközlést egy úgynevezett tréning (tanulási) periódus előz meg, akkor ez a "protokoll" sorozat ismert a vevőoldalon, így a kiegyenlítő beállítása megtörténhet.

2. Válasz (döntésvisszacsatolt kiegyenlítő)

Amennyiben a sorozat nem ismert, úgy a döntött szimbólumokat azonosnak tételezzük fel a leadottakkal, ezért és ez alapján mûködik.



Az