Villamos 1

$N \sim Poi(\lambda)$ a beérkező hívások száma, $\lambda = 3000$

$$X_i := \begin{cases} 1, & \text{ha az } i\text{-edikről van hiba} \\ 0, & \text{ha nincs} \end{cases}$$

ezek ftl-ek $\sim B(p)$, $p = \frac{1}{1000}$

így $S = S_N = \sum_{i=1}^{N} X_i$ független tagszámú összeg

Generátorfv-ek:

$$g_N(z) = \sum_{k=0}^{\infty} \mathbb{P}(N=k) z^k = \sum_{k=0}^{\infty} e^{-\lambda} \frac{\lambda^k}{k!} z^k = e^{-\lambda} e^{z\lambda} = e^{\lambda(z-1)}$$

$g_{X_i}(z) = q + pz$, ahol $q = 1-p$

$$\Rightarrow \boxed{g_{S_N}(z) = g_N(g_{X_i}(z)) = e^{\lambda[q+pz-1]} = e^{\lambda[pz-p]} = e^{\lambda p(z-1)} = e^{3(z-1)}}$$

Persze előre is tudhattuk, hogy $S \sim Poi(3)$.

Villamos 2

Legyen a legelső ablak a „nulladik generáció”, annak utódai az „első generáció”, ezek utódai a „második generáció”, stb. $Z_n :=$ az n-edik generáció elemszáma, így Z_n Galton-Watson elágazó folyamat. Az 1-lépéses utódszámeloszlás:

k	0	2
$P(k$ utód$)$	$1/3$	$2/3$

, vagyis $\boxed{M = \frac{4}{3}}$

$g(z) = \frac{1}{3} + \frac{2}{3} z^2$

Villamos 2 folytatás

$m>1$ miatt a folyamat szuperkritikus, ezért a kihalás val.-sége a $z=g(z)$ egyenlet egyetlen $[0,1)$-beli megoldása:

$$z=\frac{1}{3}+\frac{2}{3}z^2$$

$$0=\frac{2}{3}z^2-z+\frac{1}{3}=\frac{2}{3}(z-1)\left(z-\frac{1}{2}\right)$$

$z=1$ $\quad$ $\boxed{z=\frac{1}{2}}$

$$\Rightarrow \boxed{P(\text{elfogynak})=P(\text{kihalás})=\frac{1}{2}}$$

$\boxed{\text{Info (1) = Villamos (3)}}$

~~a.) Igen fix~~

	Hoeffding	Cramer
a.)	Igen	Igen
b.)	Nem: nem ftl	Nem: nem ftl
c.)	Nem: nem korlátos	Igen
d.)	Igen	Nem: nem azonos eloszlású

$\boxed{\text{Info (2) = Villamos (4)}}$

~~A modell periodikus d = 2 periódussal ⇒~~

a.) $S = \{1, 2, 3, 4\}$ $\quad P = \begin{pmatrix} 0 & 1/2 & 0 & 1/2 \\ 1/2 & 0 & 1/2 & 0 \\ 0 & 1/2 & 0 & 1/2 \\ 1/2 & 0 & 1/2 & 0 \end{pmatrix}$

b.) A lánc periodikus $d = 2$ periódussal ⇒

$$\Rightarrow \mathbb{P}(X_{100} = 3 \mid X_0 = 2) = \underline{\underline{0}}$$

$\boxed{\text{Info (3) = Villamos (5)}}$ $\quad n = 5$

$$L(\theta) = \prod_{i=1}^{n} f_\theta(x_i) = \prod_{i=1}^{n} \left(\theta x_i^{\theta - 1}\right)$$

$$\ell(\theta) = \ln L(\theta) = n \ln \theta + \left(\sum_{i=1}^{n} \ln x_i\right)\theta - \sum_i \ln x_i$$

$$0 := \ell'(\theta) = \frac{n}{\theta} + \sum_{i=1}^{n} \ln x_i \Rightarrow \boxed{\theta_{ML} = -\frac{n}{\sum_{i=1}^{n} \ln x_i}}$$

Esetünkben $n = 5$

$\sum_i \ln x_i = -9{,}9025\ldots$

$$\boxed{\theta_{ML} = 0{,}50492\ldots}$$

Infa 4 Illeszkedés vizsgálat: $r = 6$

i	1	2	3	4	5	6
p_i	$1/6$	$1/6$	$1/6$	$1/6$	$1/6$	$1/6$
ν_i	3	4	6	6	3	2

$\Rightarrow n = 24$

A teszt-statisztika

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^{r} \frac{(\nu_i - np_i)^2}{np_i} \underset{\substack{np_i = 4 \\ \text{minden } i\text{-re}}}{\overset{\text{nálunk}}{=}} \frac{(3-4)^2+(4-4)^2+(6-4)^2+(6-4)^2+(3-4)^2+(2-4)^2}{4} =$$

$$= \frac{1+0+4+4+1+4}{4} = \frac{14}{4} = \underline{\underline{3.5}}$$

A küszöb: $\varepsilon = 0.05$, $df = 5$ χ^2-eloszlás kvantilise

$$K_\varepsilon = 11.070$$

Döntés: $\chi^2 \le K_\varepsilon \Rightarrow$ a hipotézist ELFOGADJUK.