

Név: _____

Neptun kód:

--	--	--	--	--	--

1.	2.	3.	4.	5.	6.	Σ	IMSC

INTEGRÁLÁSI FELADATOK. (Eből a részből külön is el kell érni 40%-ot!) **5. feladat (20 pont)**

1. feladat (20 pont) Számoljuk ki az alább fölírt két határozatlan integrált!

i) $\int \frac{1}{x} \ln^{-3}(x) dx$, ii) $\int x \ln(x+3) dx$.

2. feladat (15 pont) Igaz-e, hogy ha egy $f : [2, 5] \rightarrow \mathbb{R}$ függvény nem folytonos, akkor a $[2, 5]$ zárt intervallumon nem is Riemann-integrálható? Mondjunk ki egy olyan tanult tételt, ami biztosíthatja egy Riemann-integrál létezését és mutassuk meg, hogy a

$$f(x) = \begin{cases} x, & \text{ha } x \in \mathbb{Q} \\ 0, & \text{ha } x \notin \mathbb{Q} \end{cases}$$

képlettel definiált függvény a $[2, 5]$ -ön nem Riemann-integrálható!

3. feladat (15 pont) Az $u = \sqrt{e^x + 4}$ helyettesítéssel számoljuk ki a

$$\int_{\ln(5)}^{\ln(12)} \left(2 + \sqrt{e^x + 4}\right) dx$$

határozott integrált!

4. feladat (10 pont)

$$\operatorname{Im} \left(|(1-i)^7| + \frac{1}{(1-i)^7} \right) = ?$$

i) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2^{3x} + 3^{2x} + 2e^{-x}}{e^{-x} + 2^{-x}} = ?$

ii) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{e^x - 1}{x^2} - \frac{1}{x} \right) = ?$

6. feladat (20 pont)

i) Adjunk precíz indoklást arra, hogy a $\lim_{x \rightarrow 0} \cos\left(\frac{1}{x}\right)$ hat.érték nem létezik!

ii) Igaz-e, hogy egy deriválható függvény deriváltja automatikusan folytonos? Válaszunk indoklásához számoljuk ki az $x \neq 0 : f(x) = x^2 \sin\left(\frac{1}{x}\right)$, $f(0) = 0$ képlettel fölírt függvény deriváltját!

IMSC feladat (16 IMSC pont)

Az $y^3 - x^3 + 3y - x = 1$ görbéhez érintőt húzunk a $(0, 0)$ pontból. Mutassuk meg: az érintési pont rajta lesz az $6y - 2x = 3$ egyenesen.