ANALÍZIS 2. **II. Pótzárthelyi** **2019. május 23.**

Mérnökinformatikus szak α-variáns Munkaidő: 75 perc

1. feladat (16 pont)
Állapítsa meg az alábbi hatványsor konvergenciatartományát!

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n\ 2^n}\ (x-2)^n$$

2. feladat (13 pont)
Közelítse az

$$\int_0^1 \sin\left(2x^2\right)\,\mathrm{d}x$$

integrált a függény hatodfokú, 0-körüli Taylor-polinomjának integráljával! Adjon becslést a hibára!

3. feladat (24 pont)
Hol folytonos az alábbi függvény? Számolja ki a parciális deriváltjait! Hol lehetnek a függvénynek lokális szélsőértékhelyei, vagyis melyek a függvény stacionárius pontjai?

$$f(x,y)=\begin{cases} \dfrac{4x^2y^2}{3x^2+5y^2}\,, & \text{ha } (x,y)\neq(0,0) \\ 0\,, & \text{ha } (x,y)=(0,0) \end{cases}$$

4. feladat (8+14=22 pont)
a) Mikor mondjuk, hogy egy $f:\mathbb{R}^2\to\mathbb{R}$ függvény az (x_0,y_0) pontban totálisan differenciálható? Adjon elégséges feltételt a totális differenciálhatóságra.
b) Határozza meg az

$$f(x,y)=\sin((x-2y)^3)\ -\ 12x$$

függvény $(2,1)$ pontbeli érintősíkjának egyenletét! Számolja ki az f függvény $(-3,4)$ vektorral párhuzamos iránymenti deriváltját a $(2,1)$ pontban.

5. feladat (15 pont)
Az integrálás sorrendjének felcserélésével számoljuk ki az alábbi integrált:

$$\int_0^4 \int_{\sqrt{y}}^2 \sqrt{1+x^3}\ \mathrm{d}x\ \mathrm{d}y$$

6. feladat (10 pont)
Határozza meg az $x=0$, $x=1$, $y=0$, $y=2$, $z=0$, $z=x^2+y$ felületek által határolt tartomány térfogatát.

IMSC feladat (15 IMSC pont) Adott a síkon n tömegpont $(x_1,y_1),...,(x_n,y_n)$, $m_1,...,m_n$ tömegekkel. A sík mely pontjára vonatkoztatva lesz a rendszer tehetetlenségi nyomatéka minimális? (n darab egyenként m_i tömegű, a vonatkoztatási ponttól egyenként r_i távolságra elhelyezett tömegpontból álló merev test tehetetlenségi nyomatéka $\sum_{i=1}^{n} m_i r_i^2$.