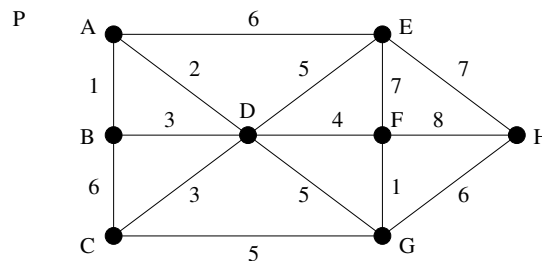


1. A G irányítatlan gráf élei a következők: $ab(2), ac(3), bd(2), cd(1), de(2), df(4), ef(1), eg(2), fg(2), fh(1), gh(3)$.
- (a) Melyik éleket választja be és milyen sorrendben Prim algoritmusa, ha az a csúcsból futtatjuk? Hogyan változik a futás során lépésről lépésre a LEFEDVE halmaz és az F fa?
- (b) Melyik éleket választja be és milyen sorrendben Kruskal algoritmusa?

2. (a) Melyik éleket választja be és milyen sorrendben Prim algoritmusa az A csúcsból indulva? Hogyan változik a futás során lépésről lépésre a LEFEDVE halmaz és az F fa?
- (b) Melyik éleket választja be és milyen sorrendben Kruskal algoritmusa?



3. (**Vizsga 2018**) Az alábbi irányítatlan G gráfban (ahol az x élsúly nem ismert) futtatjuk az a csúcsból a Prim algoritmust és azt tapasztaljuk, hogy az ab, bd, de, bc élek kerülnek be a minimális feszítőfába, ebben a sorrendben. Bizonyítsa be, hogy x értéke csak 2 lehet.
 G élei: $ab(1), ac(x), bc(2), bd(x), cd(3), ce(4), de(1)$.
4. A szoftverpiacon n féle grafikus formátum közötti oda-vissza konverzióra használatos programok kaphatók: az i -edik és a j -edik között oda-vissza fordító program ára a_{ij} , futási ideje pedig t_{ij} (ha létezik).
- (a) Javasoljunk módszert annak megtervezésére, hogy minden egyes formátumról a saját grafikus terminálunk által megértett formátumra a lehető leggyorsabban konvertáljunk! (Az ár nem számít.)
- (b) Javasoljunk módszert annak eldöntésére, hogy mely programokat vásároljuk meg, ha azt szeretnénk a lehető legolcsóbban megoldani, hogy a megvett programok segítségével bármelyik formátumról bármelyik más formátumra képesek legyünk konvertálni. (Itt a futási idő nem számít.)
5. (**Vizsga 2018**) Mátrixával adott egy város úthálózatának élsúlyozott, irányított gráfja: a csúcsok a csomópontok, az élek a csomópontok közötti közvetlen utak, az élek súlya pedig azt mutatja, hogy mennyi az átlagos idő, ami az út megtételéhez autóval szükséges.
- Útfelújítások miatt a következő héten le fogják zárni a város két csomópontját, a -t és b -t (ezeken nem lehet autóval áthaladni). Adott a gráfban két kijelölt csúcs, S és T és azt szeretnénk eldönteni, hogy az a és b csomópontok lezárása miatt növekedni fog-e az S -ből T -be eljutás ideje és ha igen, akkor mennyivel. (Tételezzük fel, hogy a közvetlen utakhoz rendelt átlagos idők nem változnak a lezárások következtében.) Melyik tanult algoritmust lehet alkalmazni, hogyan és miért, ha $O(n^2)$ lépésben meg akarjuk oldani ezt a feladatot (a szokásos módon n a csomópontok számát jelöli)?
6. (**Vizsga 2018**) Mátrixával adott egy város úthálózatának összefüggő, élsúlyozott, irányítatlan, egyszerű gráfja: a csúcsok a csomópontok, az élek a csomópontok közötti közvetlen utak, az élek súlya pedig azt mutatja, hogy hány hómunkás tudja az adott útszakaszt letakarítani 1 óra alatt. Szeretnénk tudni, hogy legalább mennyi hómunkásra van szükség összesen ahhoz, hogy egy éjszakai hóesés után (ami reggel 6-kor elállt), a 7 órás munkakezdés után 1 órán belül a főtérről (ami egy csúcs a gráfban) a város összes csomópontja elérhető legyen letakarított úton.
- Melyik tanult algoritmust lehet alkalmazni, hogyan és miért, ha $O(n^2)$ lépésben választ akarunk kapni, ahol n a csomópontok száma?
7. (**Vizsga 2018**) Mutasson példát olyan 5 csúcsú irányítatlan, összefüggő, egyszerű G gráfra és a gráfban a Prim algoritmus egy olyan futására, ahol egy, az algoritmus által később választott él súlya kisebb, mint egy korábban választotté.
- A futás leírásakor az éleket kell felsorolni a beválasztás sorrendjében és röviden indokolni, hogy miért ezeket választja az eljárás.
8. (**Vizsga 2018**) Mutasson példát olyan 5 csúcsú összefüggő, irányítatlan, élsúlyozott gráfra és benne olyan kezdőcsúcsra, ahol a gráfban az élsúlyok mind különbözőek és ahol a minimális feszítőfa keresésére tanult Prim algoritmus végére nem a 4 legkisebb súlyú él kerül be minimális feszítőfába.

9. **(Vizsga 2018)** Egy városban teherautóval akarunk az A pontból a B pontba eljutni. Az úthálózatot ismerjük: bármely két csomópontra adott, hogy van-e közöttük közvetlen út (amelyik nem megy át más csomóponton) és ha igen, akkor milyen magas járművek haladhatnak át rajta anélkül, hogy egy híd vagy felüljáró alá beszorulnának. Az utak kétirányúak, a magasságra vonatkozó feltétel nem függ attól, milyen irányban akarunk haladni. Jelölje n a csomópontok számát. Miután megpakoltuk a teherautót és lemértük a magasságát, határozzuk meg $O(n^2)$ lépésszámú eljárással a legrövidebb olyan út hosszát A -ból B -be, amin az adott autóval végig tudunk menni.
10. **(Vizsga 2018)** Mátrixával adott egy város úthálózatának élsúlyozott, irányított gráfja: a csúcsok a csomópontok, az élek a csomópontok közötti közvetlen utak, az élek súlya pedig azt mutatja, hogy mennyi az átlagos idő, ami az út megtételéhez autóval szükséges. A várost egy folyó szeli ketté, a folyón hidak vannak, csak ezeken lehet átkelni a folyó egyik partjáról a másik partra.
- Mindegyik híd egyirányú, vagy egy jobbsparti csomópontból vezet egy balpartiba vagy fordítva. A hidak egy listában adottak, egy hidat a (v_i, v_j) pár adja meg, ha a híd a v_i csomópontból a v_j csomópontba megy.
- Lakásunk, mely az ℓ csomópontban és munkahelyünk, mely az m csomópontban van, a folyó ellentétes oldalán találhatóak, ezért amikor dolgozni megyünk át kell kelniünk az egyik hídon. Van egy kedvenc hídunk, amit használni szeretnénk és szeretnénk meghatározni azt a leggyorsabban megtehető utat, ami ezen a hídon keresztül vezet a lakásunkból a munkahelyünkre úgy, hogy a folyón csak egyszer kelünk át.
- Melyik tanult algoritmust lehet alkalmazni, hogyan és miért, ha $O(n^2)$ lépésben meg akarjuk találni ezt a legjobb útvonalat (a szokásos módon n a csomópontok számát jelöli)?
11. **(Vizsga 2018)** Mátrixával adott egy város úthálózatának összefüggő, élsúlyozott, irányított, egyszerű gráfja: a csúcsok a csomópontok, az élek a csomópontok közötti közvetlen utak, az élek súlya pedig azt mutatja, hogy mennyi idő alatt tud az adott szakaszon egy biciklis futár végigmenni.
- Egy, az f csúcsban tartózkodó biciklis futár azt a feladatot kapja, hogy a nála levő két csomagot a lehető leggyorsabban kézbesítse ki a város b és c csomópontjaiba (az mindegy, hogy milyen sorrendben kézbesít). Melyik tanult algoritmust lehet alkalmazni és hogyan, hogy $O(n^2)$ lépésben meghatározzuk, hogy milyen sorrendben kell a futárnak a csomagokat leadnia és mennyi a legrövidebb idő, ami alatt teljesíteni tudja a feladatát?
12. **(Vizsga 2018)** Mátrixával adott egy város úthálózatának élsúlyozott, irányított gráfja: a csúcsok a csomópontok, az élek a csomópontok közötti közvetlen utak, az élek súlya pedig azt mutatja, hogy mennyi az átlagos idő (percben számolva), ami az út megtételéhez autóval szükséges.
- Átalakítások miatt a következő héten le fognak zárni két utat, az u_1 csomópontból az u_2 és a v_1 csomópontból v_2 -be menő utakat, de meg is nyitnak egy új, eddig nem használható utat w_1 -ből w_2 -be, melynek megtételéhez átlagosan 15 perc szükséges.
- Adott a gráfban két kijelölt csúcs, S és T és azt szeretnénk eldönteni, hogy a változások miatt növekedni vagy csökkeni fog-e az S -ből T -be eljutás ideje és ha igen, akkor mennyivel. (Tételezzük fel, hogy a közvetlen utakhoz rendelt átlagos idők nem változnak az átalakítások következtében.)
- Melyik tanult algoritmust lehet alkalmazni, hogyan és miért, ha $O(n^2)$ lépésben meg akarjuk oldani ezt a feladatot (a szokásos módon n a csomópontok számát jelöli)?