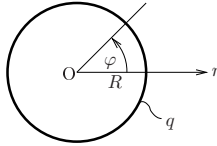


**NAGYPÉLDA – 10 PONT** Csak egész pontszám adható (a kispéldákra is)!

Az ábra szerint a hengerkoordinátá-rendszer  $z = 0$  síkjában körgyűrű alakú vonaltöltés van, amelynek középpontja az origó, sugara  $R = 30\text{ cm}$ , és töltéssűrűsége állandó  $q = -10\text{ nC/m}$  értékű. A közeg levegő. A  $\phi$  skalárpotenciált a végtelenben 0-nak választjuk.



a. Határozza meg a potenciált és a térerősség nagyságát az origóban! (3 p.)

$$\phi = \int_0^{2\pi} \frac{qRd\varphi}{4\pi\epsilon_0 R} = 2\pi \frac{q}{4\pi\epsilon_0} = \frac{q}{2\epsilon_0} = -565\text{ V} \quad (2\text{ p.})$$

Szimmetria miatt  $E = 0$ . (1 p.)

b. Adja meg a térerősség vektorát az elrendezés tengelyében, az  $r = 0$ ,  $\varphi = 0$ ,  $z = 0,4\text{ m}$  koordinátájú pontban! (4 p.)

Szimmetria miatt csak  $z$  irányú komponens van, (1 p.)

$$l = \sqrt{R^2 + z^2} = 0,5\text{ m} \quad \cos \alpha = z/l = 0,8$$

$$E_z = \int_0^{2\pi} \frac{qRd\varphi}{4\pi\epsilon_0 l^2} \cos \alpha = \frac{qR \cos \alpha}{2\epsilon_0 l^2} = -541\text{ V/m} \quad (3\text{ p.})$$

(bővebben l. Bilicz példatár 2.6. példa)

c. Határozza meg a potenciált és a térerősség nagyságát az  $r = 6\text{ m}$ ,  $\varphi = \pi/3$ ,  $z = 8\text{ m}$  koordinátájú pontban! [megj: a nagy távolság miatt használhat közelítést] (3 p.)

$$Q = 2\pi Rq = -18,85\text{ nC} \text{ pontszerű töltéssel közelítve:} \quad (1\text{ p.})$$

$$\phi = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 \sqrt{r^2 + z^2}} = -17\text{ V} \quad (1\text{ p.})$$

$$E = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 (r^2 + z^2)} = 1,695\text{ V/m} \quad (1\text{ p.})$$

**KISPELDÁK – 5 × 2 PONT**

1. Egy síkkondenzátor korong alakú lemezeinek sugara  $2\text{ cm}$ , távolságuk  $3\text{ mm}$ , a szigetelőanyag dielektromos állandója  $9$ . A lemezek között homogén,  $12\text{ kV/m}$  nagyságú térerősség van. Mekkora a kondenzátor energiája?

$$W_e = 21,6\text{ nJ}$$

2. Elektrosztatikus térben egy  $Q = -5\text{ }\mu\text{C}$  ponttöltést az  $A$  pontból  $B$ -be mozgatunk, miközben  $W = 80\text{ }\mu\text{J}$  munkát végzünk a tér ellenében. Mekkora a  $B$  pont potenciálja, ha  $\phi_A = 6\text{ V}$ ? (A  $Q$  töltés potenciáljáról itt nem beleértendő!)

$$\phi_B = -10\text{ V}$$

3. Egy  $50\text{ V/m}$  térerősségű, homogén sztatikus mezőbe helyezett dipólusra ható forgatónyomaték *maximális* értéke  $3,5\text{ Nm}$ . Mekkora a dipólusmomentum?

$$p = 0,07\text{ Cm}$$

4. Levegőben egy végtelen hosszú, egyenes, egyenletes töltéssűrűségű vonaltöltés helyezkedik el. A vonaltöltéstől  $15\text{ cm}$  és  $30\text{ cm}$  távolságban a skalárpotenciál  $100\text{ V}$  és  $65\text{ V}$ . Milyen távolságban zérus a potenciál értéke?

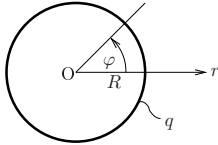
$$r_0 = 109\text{ cm}$$

5. Egy szigetelő közegben az  $\vec{E}$  és  $\vec{D}$  mezők kapcsolatát a lineáris (speciálisan  $E = 0 \Leftrightarrow D = 0$ ). A közeg egy adott pontjában  $\vec{E} = (0; 3; 3)\text{ kV/m}$  és  $\vec{D} = (8; 41; 34)\text{ pC/m}^2$  mérhető (a zárójelben a vektorok derékszögű rendezői állnak). A közeg mely tulajdonságára következtethet *biztosan* a fentiekből? (A megfelelő válasz aláhúzandó.)  
izotrop / anizotrop / homogén / inhomogén / (semelyik)

Pontszám	Osztályzat
0 - 9	elégtelen (1)
10 - 13	elégséges (2)
14 - 15	közepes (3)
16 - 17	jó (4)
18 - 20	jeles (5)

**NAGYPÉLDA – 10 PONT** Csak egész pontszám adható (a kispéldákra is)!

Az ábra szerint a hengerkoordinátá-rendszer  $z = 0$  síkjában körgyűrű alakú vonaltöltés van, amelynek középpontja az origó, sugara  $R = 18$  cm, és töltéssűrűsége állandó  $q = 20$  nC/m értékű. A közeg levegő. A  $\phi$  skalárpotenciált a végtelenben 0-nak választjuk.



a. Határozza meg a potenciált és a térerősség nagyságát az origóban!

(3 p.)

$$\phi = \int_0^{2\pi} \frac{qRd\varphi}{4\pi\epsilon_0 R} = 2\pi \frac{q}{4\pi\epsilon_0} = \frac{q}{2\epsilon_0} = 1130 \text{ V} \quad (2 \text{ p.})$$

Szimmetria miatt  $E = 0$ . (1 p.)

b. Adja meg a térerősség vektorát az elrendezés tengelyében, az  $r = 0$ ,  $\varphi = 0$ ,  $z = -0,24$  m koordinátájú pontban!

(4 p.)

Szimmetria miatt csak  $z$  irányú komponens van, (1 p.)

$$l = \sqrt{R^2 + z^2} = 0,3 \text{ m} \quad \cos \alpha = z/l = 0,8$$

$$E_z = \int_0^{2\pi} \frac{qRd\varphi}{4\pi\epsilon_0 l^2} \cos \alpha = \frac{qR \cos \alpha}{2\epsilon_0 l^2} = -1808 \text{ V/m} \quad (3 \text{ p.})$$

(bővebben l. Bilicz példatár 2.6. példa)

c. Határozza meg a potenciált és a térerősség nagyságát az  $r = 6$  m,  $\varphi = \pi/3$ ,  $z = 8$  m koordinátájú pontban! [megj: a nagy távolság miatt használhat közelítést] (3 p.)

$$Q = 2R\pi q = 22,62 \text{ nC} \text{ pontszerű töltéssel közelítve:} \quad (1 \text{ p.})$$

$$\phi = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 \sqrt{r^2 + z^2}} = 20,3 \text{ V} \quad (1 \text{ p.})$$

$$E = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 (r^2 + z^2)} = 2,034 \text{ V/m} \quad (1 \text{ p.})$$

**KISPELDÁK – 5 × 2 PONT**

1. Elektrosztatikus térben egy  $Q = -5 \mu\text{C}$  ponttöltést a  $B$  pontból  $A$ -ba mozgatunk, miközben  $W = 0,1$  mJ munkát végzünk a tér ellenében. Mekkora a  $B$  pont potenciálja, ha  $\phi_A = 6$  V? (A  $Q$  töltés potenciáljáról itt nem beleejtendő!)

$$\phi_B = 26 \text{ V}$$

2. Egy síkkondenzátor korong alakú lemezeinek sugara 1,5 cm, távolságuk 3 mm, a szigetelőanyag dielektromos állandója 9. A lemezek között homogén, 40 kV/m nagyságú térerősség van. Mekkora a kondenzátor energiája?

$$W_e = 135 \text{ nJ}$$

3. Levegőben egy végtelen hosszú, egyenes, egyenes töltéssűrűségű vonaltöltés helyezkedik el. A vonaltöltéstől 15 cm és 30 cm távolságban a skalárpotenciál 100 V és 75 V. Milyen távolságban zérus a potenciál értéke?

$$r_0 = 2,4 \text{ m}$$

4. Egy 100 V/m térerősségű, homogén sztatikus mezőbe helyezett dipólusra ható forgatónyomaték *maximális* értéke 2,5 Nm. Mekkora a dipólusmomentum?

$$p = 0,025 \text{ Cm}$$

5. Szigetelő közeg egy adott pontjában  $\vec{E} = (0; 3; 3)$  kV/m térerősség-, illetve  $\vec{D} = (0; 41; 41)$  pC/m<sup>2</sup> eltolási vektor mérhető (a zárójelben a vektorok derékszögű rendezői állnak). A közeg mely tulajdonságára következtethet *biztosan* a fentiekből? (A megfelelő válasz aláhúzandó.)

lineáris / izotrop / homogén / semelyik

Pontszám	Osztályzat
0 - 9	elégtelen (1)
10 - 13	elégséges (2)
14 - 15	közepes (3)
16 - 17	jó (4)
18 - 20	jeles (5)