

**1. feladat (14 pont)**

Adja meg az  $iz^3 = \frac{1}{2} \cdot (1 - i)^8$  egyenlet összes megoldását.

**2. feladat (4+12 pont)**

- a) Ismertesse a  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = A$  definícióját.  
b) A definíció alapján igazolja, hogy

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{7n^2 + 3n + 5}{n^2 + 2n + 4} = 7.$$

**3. feladat (11+11+8 pont)**

Konvergensek az alábbi sorozatok? Ha igen, mi a határértékük?

a)  $\sqrt{3n^2 + 5n} - \sqrt{3n^2 - 2n}$ ,      b)  $\left(\frac{4n-5}{4n+3}\right)^{5n}$ ,      c)  $\frac{7^n}{(-5)^n + 6^n}$ .

**4. feladat (20 pont)**

Legyen  $(a_n)$  az  $a_1 = 4$ ,

$$a_{n+1} = 6 - \frac{5}{a_n}$$

rekurzióval megadott sorozat. Igazolja, hogy  $1 \leq a_n \leq 5$ , minden  $n \in \mathbb{N}$  esetén. Bizonyítsa be, hogy a sorozat konvergens, és adja meg a határértékét.

**5. feladat (20 pont)**

Adja meg az alábbi sorozat torlódási pontjainak halmazát, limesz superiorját és limesz inferiorját. Konvergens a sorozat?

$$a_n = \sqrt[n]{\frac{n^5 + (-1)^n n^5}{5n^5 + 3n + 2}}.$$

---

**IMSC feladat (8 IMSC pont)**

- a) Írja föl azt az  $f : \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$  transzformációt, ami a komplex számsíkon az origó körül  $60^\circ$ -kal forgat pozitív irányban!  
b) Írja föl azt a  $g : \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$  transzformációt, ami a komplex számsíkon az 1 pont körül  $60^\circ$ -kal forgat negatív irányban!  
c) Írja föl a  $\mathbb{C} \ni z \mapsto f(g(z))$  transzformációt! Mi ennek a transzformációnak a geometriai jelentése?