

## Bevezető matematika B, 2. zárthelyi dolgozat, **A** csoport

2019. december 12.

Munkaidő: 90 perc. A dolgozat megírásához semmilyen segédeszköz nem használható.

Név: \_\_\_\_\_ Neptun-kód: \_\_\_\_\_ Kurzus: \_\_\_\_\_

1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	$\Sigma$

### Feladatok

1. (6 pont) Oldja meg az alábbi egyenletet a valós számok halmazán:

$$\left(\frac{1}{2}\right)^{3x-2} \cdot \frac{8^{x+5}}{16^x} = \sqrt{4^{6x+7}}$$

2. (6 pont) Oldja meg az alábbi egyenletet a valós számok halmazán:

$$\log_2^2 x + \log_2(x^3) - 4 = 0$$

3. (6 pont) Határozza meg az alábbi függvény értelmezési tartományát és zérushelyeit:

$$f(x) = \log_3(4 - |x + 2|)$$

4. (6 pont) Invertálható-e az alábbi függvény? Ha igen, írja fel az inverzét (a választ indokolja):

$$f(x) = 4 + \frac{7}{x-2}, \quad x > 2$$

5. (7 pont) Oldja meg az alábbi egyenletet a  $[0; 2\pi]$  zárt intervallumon:

$$\cos 2x - \sin x = 1$$

6. (6 pont) Mennyi az  $\mathbf{a} = (-1; 3)$  és  $\mathbf{b} = (4; -2)$  vektorok által közbezárt szög koszinusza?

7. (7 pont) Adott a  $P(2, 6)$  pont és az  $e: x + 3y = 5$  egyenletű egyenes. Tükrözze a  $P$  pontot az  $e$  egyenesre, és adja meg a tükörkép koordinátáit.

8. (6 pont) Egy osztályból 4 lány és 4 fiú együtt megy moziba, és egymás mellé ülnek mind a nyolcan. Az ülésrendet sorsolás alapján döntenek el. Mennyi a valószínűsége annak, hogy lány lány mellé és fiú fiú mellé nem kerül, ha minden ülésrend egyenlően valószínű?

## Bevezető matematika B, 2. zárthelyi dolgozat, **B** csoport

**2019. december 12.**

Munkaidő: 90 perc. A dolgozat megírásához semmilyen segédeszköz nem használható.

Név: \_\_\_\_\_ Neptun-kód: \_\_\_\_\_ Kurzus: \_\_\_\_\_

1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	$\Sigma$

**Feladatok****1. (6 pont)** Oldja meg az alábbi egyenletet a valós számok halmazán:

$$\frac{27^{x+3}}{81^x} \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{2x-1} = \sqrt{9^{6x-8}}$$

**2. (6 pont)** Oldja meg az alábbi egyenletet a valós számok halmazán:

$$\log_3^2 x - \log_3(x^2) - 3 = 0$$

**3. (6 pont)** Határozza meg az alábbi függvény értelmezési tartományát és zérushelyeit:

$$f(x) = \log_2(|x - 3| - 4)$$

**4. (6 pont)** Invertálható-e az alábbi függvény? Ha igen, írja fel az inverzét (a választ indokolja):

$$f(x) = 3 - \frac{8}{x+7}, \quad x > -7$$

**5. (7 pont)** Oldja meg az alábbi egyenletet a  $[0; 2\pi]$  zárt intervallumon:

$$\cos 2x - \cos x = -1$$

**6. (6 pont)** Mennyi az  $\mathbf{a} = (1; -2)$  és  $\mathbf{b} = (-4; 3)$  vektorok által közbezárt szög koszinusza?**7. (7 pont)** Adott a  $P(4, -2)$  pont és az  $e: 2x - y = -10$  egyenletű egyenes. Tükrözze a  $P$  pontot az  $e$  egyenesre, és adja meg a tükörkép koordinátáit.**8. (6 pont)** Egy osztályból 5 lány és 5 fiú együtt megy moziba, és egymás mellé ülnek mind a tízen. Az ülésrendet sorsolás alapján döntenek el. Mennyi a valószínűsége annak, hogy lány lány mellé és fiú fiú mellé nem kerül, ha minden ülésrend egyenlően valószínű?

## Pontozási útmutató

1.

Bal és jobb oldal közös alapra hozása: 4 pont

Kitevők egyenlősége és helyes eredmény: 2 pont

$$\text{Reduce}\left[\left(\frac{1}{2}\right)^{3x-2} * \frac{8^{x+5}}{16^x} == \sqrt{4^{6x+7}}, x, \text{Reals}\right]$$

$$x == 1$$

$$\text{Reduce}\left[\frac{27^{x+3}}{81^x} * \left(\frac{1}{3}\right)^{2x-1} == \sqrt{9^{6x-8}}, x, \text{Reals}\right]$$

$$x == 2$$

2.

Visszavezetés másodfokú egyenletre: 2 pont

A másodfokú egyenlet gyökeinek meghatározása: 2 pont

Az egyenlet megoldása: 2 pont

$$\text{Reduce}\left[\text{Log}[2, x]^2 + \text{Log}[2, x^3] - 4 == 0, x, \text{Reals}\right]$$

$$x == \frac{1}{16} \quad || \quad x == 2$$

$$\text{Reduce}\left[\text{Log}[3, x]^2 - \text{Log}[3, x^2] - 3 == 0, x, \text{Reals}\right]$$

$$x == \frac{1}{3} \quad || \quad x == 27$$

3.

Értelmezési tartomány: 3 pont

Zérushely: 3 pont

$$f[x_] := \text{Log}[3, 4 - \text{Abs}[x + 2]]$$

$$\text{FunctionDomain}[f[x], x]$$

$$\text{Reduce}[f[x] == 0, x, \text{Reals}]$$

$$\text{Out}[^]= -6 < x < 2$$

$$\text{Out}[^]= x == -5 \quad || \quad x == 1$$

$$\text{In}[^]= f[x_] := \text{Log}[2, \text{Abs}[x - 3] - 4]$$

$$\text{FunctionDomain}[f[x], x]$$

$$\text{Reduce}[f[x] == 0, x, \text{Reals}]$$

$$\text{Out}[^]= x < -1 \quad || \quad x > 7$$

$$\text{Out}[^]= x == -2 \quad || \quad x == 8$$

4.

Invertálhatóság indoklása: 2 pont

Inverzre vonatkozó képlet felírása: 3 pont, inverz értelmezési tartománya: 1 pont

5.

$$\cos 2x - \sin x = 1$$

$$\cos^2 x - \sin^2 x - \sin x = 1 \quad (1 \text{ pont})$$

$$1 - \sin^2 x - \sin^2 x - \sin x = 1 \quad (1 \text{ pont})$$

$$2 \sin^2 x + \sin x = 0$$

$$\sin x(2 \sin x + 1) = 0 \quad (1 \text{ pont})$$

$$\sin x = 0 \text{ megoldása: } 2 \text{ pont}$$

$$2 \sin x + 1 = 0 \text{ megoldása: } 2 \text{ pont}$$

In[<sup>6</sup>]:= Reduce[Cos[2 x] - Sin[x] - 1 == 0 && 0 ≤ x ≤ 2 π, x]

Out[<sup>6</sup>]:= x == 0 || x == π || x ==  $\frac{7 \pi}{6}$  || x ==  $\frac{11 \pi}{6}$  || x == 2 π

In[<sup>7</sup>]:= Reduce[Cos[2 x] - Cos[x] + 1 == 0 && 0 ≤ x ≤ 2 π, x]

Out[<sup>7</sup>]:= x ==  $\frac{\pi}{3}$  || x ==  $\frac{\pi}{2}$  || x ==  $\frac{3 \pi}{2}$  || x ==  $\frac{5 \pi}{3}$

## 6.

Skaláris szorzat felírása kétféleképpen: 2 pont + 2 pont

A szög koszinuszának meghatározása: 2 pont

In[<sup>8</sup>]:= skalar[a\_, b\_] := a[[1]] b[[1]] + a[[2]] b[[2]]

abs[a\_] :=  $\sqrt{a[[1]]^2 + a[[2]]^2}$

szog[a\_, b\_] :=  $\frac{\text{skalar}[a, b]}{\text{abs}[a] \times \text{abs}[b]}$

szog[{-1, 3}, {4, -2}]

szog[{1, -2}, {-4, 3}]

Out[<sup>8</sup>]:=  $-\frac{1}{\sqrt{2}}$

Out[<sup>9</sup>]:=  $-\frac{2}{\sqrt{5}}$

## 7.

A: Az e-re merőleges egyenes:  $f: 3x - y = 0$  (3 pont)

e és f metszéspontja:  $M\left(\frac{1}{2}, \frac{3}{2}\right)$  (2 pont)

P tükörképe M-re:  $T(-1, -3)$  (2 pont)

B: Az e-re merőleges egyenes:  $f: x + 2y = 0$  (3 pont)

e és f metszéspontja:  $M(-4, 2)$  (2 pont)

P tükörképe M-re:  $T(-12, 6)$  (2 pont)

## 8.

Kedvező esetek száma: 3 pont

Összes esetek száma: 2 pont

Valószínűség: 1 pont

$$\text{a) } \frac{2 \cdot 4! \cdot 4!}{8!} \quad \text{b) } \frac{2 \cdot 5! \cdot 5!}{10!}$$