- A zh-n semmilyen segédeszköz nem használható.
- A zh sikeres teljesítéséhez 20 pontot kell elérni.

1. Definiálja a normális, unitér és az önadjungált (hermitikus) mátrix fogalmát! Mutassa meg, hogy önadjungált mátrix sajátértékei valósak! (5 pont)

2. Legyenek A és B önadjungált mátrixok. Mutassuk meg, hogy AB akkor és csakis akkor önadjungált, ha $AB = BA$. (5 pont)

3. Adjuk meg a $(-2,-1)$, $(-1,-2)$, $(0,0)$, $(1,1)$, $(2,3)$ pontokat négyzetesen legjobban közelítő parabola egyenletét! Adjuk meg az előző pontokat interpoláló polinomot is! (8 pont)

4. Diagonalizáljuk ortogonálisan az alábbi mátrixot, majd adjuk meg a spektrálfelbontását! Számítsuk ki A^n-et! (8 pont)
$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

5. Adjuk meg a következő mátrix Jordan-féle normálalakját! (Az áttérési mátrixra nincs szükség.) (8 pont)
$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

6. Határozzuk meg az A mátrix szinguláris érték felbontását! (8 pont)
$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 0 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}.$$

7. Az A négyzetes mátrixot nilpotensnek nevezzük, ha létezik olyan m pozitív egész, amire $A^m = 0$. Mutassuk meg, hogy a) ha λ sajátértéke egy nilpotens mátrixnak, akkor $\lambda = 0$, b) ha $A \in M_n(\mathbb{C})$ nilpotens, akkor $A^n = 0$, c) van olyan $B \in M_n(\mathbb{C})$ nilpotens mátrix, amire $B^{n-1} \neq 0$! (2+4+2 pont)