

1. feladat (12 pont)

A jobb és baloldali határértékek kiszámítása után döntsön, hogy hol és milyen típusú szakadása van az alábbi függvényeknek!

a) $f(x) = \frac{(x-1)(x+3)}{|x-1|(x-2)^2}$ b) $g(x) = \frac{\sin(3x^5)}{x^5}$

2. feladat (10 pont)

- a) Írja fel a differenciálhányados definícióját az értelmezési tartomány belső x_0 pontjában!
 b) A derivált definíciójával határozza meg az

$$f(x) = \sqrt{2x+5}$$

függvény deriváltját az $x_0 = 2$ pontban!

3. feladat (23 pont)

$$f(x) = e^{2x^3} + 4$$

a) $D_f = ?$, $f'(x) = ?$

Írja fel a függvény érintőegyenésének egyenletét az $x_0 = 1$ pontban!

- b) Vizsgálja meg f monotonitási tulajdonságait!

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = ?, \quad \lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = ?, \quad R_f = ?$$

- c) Indokolja meg, hogy f invertálható D_f -en!

$$f^{-1}(x) = ?, \quad D_{f^{-1}} = ?, \quad R_{f^{-1}} = ?$$

4. feladat (23 pont)

$$f(x) = \arctg \frac{x^2+1}{(x-1)^2}, \quad g(x) = \arcsin \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{x^2} \right)$$

a) $D_f = ?$, $D_g = ?$

b) $f'(x) = ?$, $g'(x) = ?$

Adja meg a deriváltfüggvények értelmezési tartományát!

c) $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = ?$, $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = ?$, $\lim_{x \rightarrow \infty} g(x) = ?$

5. feladat (10 pont)

$$f(x) = x^3 - \frac{1}{x^2}$$

Keresse meg azokat az intervallumokat, amelyeken az f függvény konvex, illetve konkáv!

6. feladat (22 pont)

a) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{e^{5x} + 3e^{2x} + 8}{3e^{-x} - 4e^{5x}} = ?$

c) $\lim_{x \rightarrow +0} \frac{3x^2}{\ln(5x)} = ?$

b) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos(4x) - 1}{\arctg(2x^2)} = ?$

d) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2}{\ln(5x)} = ?$

Pótfeladat (csak az elégséges eléréséhez javítjuk ki):

7. feladat (8 pont)

$$\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{2x^2-3} - \sqrt{2x^2-5x+7}) = ?$$

8. feladat (12 pont)

Adja meg azokat a legbővebb nyílt intervallumokat, melyeken az

$$f(x) = \frac{(x+3)^3}{x-1}$$

szigorúan monoton nő, illetve szigorúan monoton csökken!