

Emlékeztető

- Segédeszközként csak a deriválttáblázat használható!
- A dolgozat megírására 90 perc áll rendelkezésre.
- Minden feladatot kezdjenek külön oldalon, a feladatok sorrendben kövessék egymást!
- A *-os feladatokból 15 pont, összesen pedig 40 pont szükséges a sikeres vizsgához!

1. feladat ===== 10 pont

Legyen $z = 2 + 3i$ és $w = -\sqrt{2} + \sqrt{2}i$. Adja meg a $z - w$, zw és w^{2015} képzetes részét!

2. feladat ===== 4+12 pont

Mondja ki a Bolzano-Weierstrass kiválasztási tételt!

Vizsgálja az

$$a_n = \left(1 + \frac{(-1)^n}{n - (-1)^n}\right)^{2n-1}$$

sorozat limesz inferiorját, limesz superiorját, és limeszét!

3. feladat ===== 3+3+4+4 pont

Legyen $f(x) = x \ln x$, és $g(x) = x^x$!

(a) $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = ?$ (b) $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = ?$ (c) $\lim_{x \rightarrow 0^+} g(x) = ?$ (d) $g'(x) = ?$

4. feladat ===== 4+6+4 pont

Mondja ki és bizonyítsa be a reciprok függvény deriválási szabályát! Mutasson olyan f és g függvényeket, melyek nem deriválhatók a 0-ban, de hányadosuk igen!

5. feladat* ===== 12 pont

Az $x_0 = -1$ -ben tetszőlegesen sokszor deriválható $y(x)$ függvény kielégíti az

$$y^5 + 11y - 5x^2y^3 - x^2 - 12x = 18$$

implicit egyenletet, és $y(-1) = 1$. Milyen lokális szélsőértéke van x_0 -ban?

6. feladat* ===== 8+8 pont

Határozza meg az alábbi integrálokat! (A (b)-nél használja a $t = 1 + \sqrt[3]{x^2}$ helyettesítést!)

(a) $\int (x^2 + x) \cos(2x + 1) dx = ?$ (b) $\int \frac{2x}{1 + \sqrt[3]{x^2}} dx = ?$ ($t = 1 + \sqrt[3]{x^2}$ helyettesítéssel)

7. feladat* ===== 8 pont

Határozza meg az $\int_1^e \frac{\ln x}{x} dx$ Riemann-integrált!

8. feladat* ===== 10 pont

Határozza meg az $\int_{-1}^1 \frac{\arcsin x}{\sqrt{1-x^2}} dx$ improprius integrált!