

NP-teljesség, EP

1. Adjon Karp-redukciót a PARTÍCIÓ problémáról a RH problémára!
2. Adjon Karp-redukciót a 3DM problémáról az X3C problémára!
3. Igazolja, hogy ha  $\text{co NP} \neq \text{NP}$ , akkor  $\text{MAXKLIKK} \notin \text{P}$ .
4. Igazolja, hogy ha egy  $X$  eldöntési probléma NP-teljes és  $X \in \text{NP} \cap \text{co NP}$ , akkor  $\text{NP} = \text{co NP}$ .
5. Tegyük fel, hogy van egy eljárásunk, ami egy tetszőleges Boole-formuláról polinom időben eldönti, hogy a SAT nyelvnek eleme vagy nem. Hogyan lehet ezt felhasználva polinom időben megtalálni egy adott  $\varphi(x_1, x_2, \dots, x_n)$  formulához a változóknak egy olyan értékelését, amelyet ha a  $\varphi$ -be behelyettesítünk, akkor a formula értéke igaz lesz?
6. Tegyük fel, hogy van egy eljárásunk, ami egy tetszőleges  $n$  csúcsú gráfról polinom időben megmondja, hogy van-e benne Hamilton-kör. Hogyan lehet ezt felhasználva polinom időben megtalálni egy adott  $G$  gráfban egy Hamilton-kört?
7. Tegyük fel, hogy van egy eljárásunk, ami egy tetszőleges  $n$  csúcsú gráfról polinom időben megmondja, hogy az kiszínezhető-e 3 színnel. Hogyan lehet ezt felhasználva polinom időben megtalálni egy adott  $G$  gráf egy 3 színnel való színezését (ha van ilyen egyáltalán)?
8. Tegyük fel, hogy van egy eljárásunk, ami ha egy  $G = (V, E)$  gráfot és egy  $k \leq |V|$  pozitív egészet kap bemenetként, akkor polinom időben megmondja, hogy van-e  $G$ -ben  $k$  független pont.
  - (a) Hogyan lehet ezt felhasználva polinom időben meghatározni egy adott  $H$  gráfban a legnagyobb független ponthalmaz méretét?
  - (b) Hogyan lehet megtalálni egy ilyen legnagyobb ponthalmazt polinom időben?
9. Írja le egészértékű programozási feladatként az alábbi problémákat!
  - (a) 3DM
  - (b) X3C
  - (c) MAXKLIKK
  - (d) MAXPÁROSÍTÁS
  - (e) Minimális lefogó ponthalmaz keresése egyszerű, irányítatlan gráfban
10. Adott egy  $G = (V, E)$  irányítatlan, egyszerű gráf, melyben minden  $v \in V$  csúcshoz tartozik egy  $c_v$  súly, ami tetszőleges egész szám lehet. A  $G$  gráf legfeljebb 2015 elemű független csúcshalmazai közül keressünk olyat, melyben a csúcsok súlyainak összege maximális. Fogalmazza meg a kérdést egészértékű programozási feladatként! (A feladatot nem kell megoldani, csak átfogalmazni!)