Kombinatorikus optimalizálás (VISZMA06)

2. pZH 2016. IV. 21. 18h

A rendelkezésre álló munkaidő 60 perc.
Kérjük, minden résztvevő **nevét** és **NEPTUN kódját** a dolgozat minden lapjának jobb felső sarkában *olvashatóan* és *helyesen* tüntesse fel (ennek hiányában a dolgozatot nem értékeljük), ill. egy, a személyazonosságát igazoló fényképes okmányt készítsen elő. Írószeren és összetűzött papírokon kívül semmilyen segédeszköz használata sem megengedett, így tilos az írott vagy nyomtatott jegyzet, a számoló- és számítógép ill. mobiltelefon használata, továbbá a dolgozatírás közbeni együttműködés. Mobiltelefon **még kikapcsolt állapotban sem** lehet a hallgató keze ügyében. Minden egyes feladat helyes megoldása 10 pontot ér. A dolgozatok értékelése: 0-11 pont: sikertelen, 12-30 pont: sikeres. A puszta (indoklás nélküli) eredményközlést nem értékeljük. A megindokolt részeredményért arányos pontszám jár. Az évvégi jegy kiszámíta három sikeres zh *összesített* pontszámából származik. Részletek a tárgy honlapján: `http://cs.bme.hu/villkombopt/` .

Feladatok

1. Cégünknek két, kedvező adózási környezetet biztosító országban (A-ban és B-ben) vannak bankszámlái, az igazgatótanács minden tagja pedig pontosan egy A-beli és pontosan egy B-beli bankszámlához fér hozzá. Mindemellett az igazgatótanács minden t tagjához tartozik egy $c(t)$ szám, ami azt mutatja meg, hogy legalább hány milliónak kell lennie azon két bankszámla összegyenlegének, amelyekhez a t tag hozzáfér. Célunk, hogy a cég bankszámláin úgy helyezzünk el összegeket, hogy teljesüljön az előző feltétel, továbbá, a bankszámlákon elhelyezett össztőke a lehető legkisebb legyen. Írjunk fel egy LP feladatot, aminek az optimális megoldása azt mutatja meg, mekkora összeget kell az egyes számlákra elhelyezni ahhoz, hogy elérjük a fenti célt. Ha minden egyes számlára csak egymillió forint többszörösét tudjuk elhelyezni, és minden $c(t)$ érték is egymillió többszöröse, akkor elegendő-e lesz-e az előző LP által megtalált optimális megoldáshoz felhasznált teljes összeg a számlák ilyetén feltöltéséhez?

---

2. Legyen $G = (V, E)$ páros gráf, és azokat az élhalmazokat nevezzünk *függetlennek*, amelyek párosítást alkotnak a G gráfban, azaz

$$\mathcal{F} := \{F \subseteq E : \text{az } F\text{-beli éleknek nincs közös csúcsa}\} .$$

Igaz-e, hogy $\mathcal{M} = (E, \mathcal{F})$ minden esetben matroid?

---

3. A jobb oldalon látható mátrix oszlopai alkotják az $\mathcal{M}$ lineáris matroidot. Az egyes oszlopok súlya (balról jobbra haladva) rendre $13, 11, 7, 5, 3$ és 2. Határozzuk meg $\mathcal{M}$ egy maximális súlyú bázisát, amit jelöljünk B-vel. Van-e $\mathcal{M}$-nek olyan köre, ami tartalmazza B minden elemét?

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ -1 & -2 & 0 & 1 & 1 & -1 \\ 2 & 4 & 0 & -2 & -1 & 3 \\ -4 & -8 & -1 & 3 & 4 & 0 \end{pmatrix}$$