

ANALÍZIS (1) Próba ZH
2005. október 11.
Munkaidő: 90 perc

1. feladat (10 pont)

Írja le a számsorozat konvergenciájának definícióját!
A definíció alapján mutassa meg hogy

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{8 - n^2}{2 + 3n^2} = -\frac{1}{3}$$

2. feladat (20 pont)

a) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n^3 + 3n^2 + 1}{n^3 + n} = ?$ b) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{6}{n^2 + 7} \cdot \sin(3n + 2) = ?$

c) $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{2n^4 + n^2 + 3} - \sqrt{2n^4 - 2n^2 + 1} = ?$

3. feladat (18 pont)

Konvergens-e az alábbi sorozat? Ha igen mi a határértke?

$$a_1 = 1 \quad a_{n+1} = \sqrt{2a_n + 3}$$

4. feladat (10 pont)

Határozza meg a sorozat határértékét!

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n^2 + 7}{n^2 + 3} \right)^{n^2 + 2} = ?$$

5. feladat (16 pont)

a) $a_n = \frac{n^5 - n^5 \cos n \frac{\pi}{2}}{2n^5 + n^2 + 3}$

b) $a_n = \frac{5^n + (-1)^n n}{3^{2n} + 3^n}$

$$\overline{\lim} a_n = ? \quad \underline{\lim} a_n = ? \quad \lim_{n \rightarrow \infty} a_n = ?$$

6. feladat (10 pont)

Mondja ki a numerikus sorokra vonatkozó Cauchy kritériumot!
Mi a határerteke az alábbi geometriai sornak?

$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{2^{n+3}}{3^{2n+1}}$$

7. feladat (6 pont)

Konvergens-e az alábbi sor?

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{2n+1}{n^2}$$

8. feladat (10 pont)

Konvergens-e az alábbi sorok??

$$\text{a) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3n^2 - n^2}{2n^3 + 7n} \quad \text{b) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^{n+2} + 2^n}{3^{2n+1} + 4}$$

Pótfeladat

Csak az elégséges eléréséhez javítjuk ki!

9. feladat (15 pont)

Írja le a számsorozatokra vonatkozó rendőrelvet!

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{3^n + 2} = ?$$