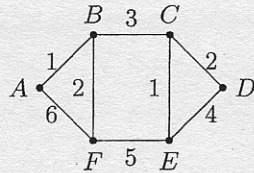


- Legyen  $f(n) = 3\sqrt{n} + 2n^2 + 2^{\log_2 n}$ . Adjon meg egy megfelelő  $c$  konstans és  $n_0$  küszöbértéket és ezekkel mutassa meg, hogy  $f(n) = O(n^3)$ !
- Írja le a Bellman-Ford algoritmus lényegét adó rekurziós formulát, magyarázza el a benne szereplő jelöléseket és bizonyítsa be, hogy a formula helyes. (A Bellman-Ford algoritmus egy pontból határozza meg a többibe vezető legrövidebb utak hosszát abban az esetben, ha a gráfban nincsen negatív kör.)

3. Az alábbi irányítatlan, élsúlyozott gráfban a piros-kék algoritmmal keressük minimális feszítőfát. Néhány szabály alkalmazása után az  $AB$  és  $CD$  élek kékek, az  $FE$  él piros, minden más él még színtelen.



- Alkalmazható-e a gráf ezen részleges színezése esetén a piros szabály a  $BCEF$  körre? Ha igen, akkor adja meg azt is, hogy mi lesz a szabály alkalmazásának eredménye.
  - Alkalmazható-e a gráf ezen részleges színezése esetén a kék szabály az  $X = \{A, B, C, D\}$  halmazra? Ha igen, akkor adja meg azt is, hogy mi lesz a szabály alkalmazásának eredménye.
- Nyitott címmel hash-elünk egy kezdetben üres  $M = 11$  méretű táblába a  $h(x) = x \pmod{M}$  hash-függvénnyel lineáris próbával. Mi lesz a tábla állapota az egyes lépések után, ha a 11, 9, 99, 7, 18 kulcsokat ebben a sorrendben beszurjuk, majd töröljük a 99-et és végül beszurjuk a 33-at?
  - Adott az  $n$  elemet tároló  $A$  tömb. Hogyan lehet  $O(n \log n)$  összehasonlítással találni egy olyan  $i \neq j$  indexpárt, amire  $|A[i] - A[j]| < 100$  teljesül?
  - P-beli vagy NP-teljes a LÁDAPAKOLÁS problémának az a változata, amikor minden súly  $1/4$  vagy  $4/5$ ?
  - A  $G(V, E)$  egyszerű gráf élei súlyozottak. Olyan  $X \subseteq E$  maximális súlyú élhalmazt akarunk kiválasztani, hogy minden csúcsra legfeljebb 3 darab  $X$ -beli él illeszkedjen. Írja fel egészértékű programozási feladatként ezt a problémát!
  - A következő időszakban sok minket érdeklő fesztivál lesz, azonban sajnos ezek időpontja között vannak átfedések. Ha egy fesztiválra elmegyünk, azon az első naptól az utolsóig ott akarunk lenni, de másnap már mehetünk egy újabbra. A szóba jövő  $f$  fesztivál mindegyikéről tudjuk, hogy melyik nap kezdődik és melyik nap végződik, célunk hogy minél több napot töltsünk fesztiválokon.
    - Fogalmazza meg a feladatot egy gráfelméleti problémaként!
    - Adjon  $O(f^2)$  lépésszámú algoritmust a feladat megoldására!