

Név:

Neptun kód:

--	--	--	--	--	--

Gyak. kurzuskód:

--

1.	2.	3.	4.	5.	6.	Σ

1. (10 pont)

Egy gyilkossági pernek két gyanúsítottja van : A és B , más szóba sem jöhet. Négy tanút hallgatnak ki, ezek vallomása lényegében a következő:

T_1 : A nem gyilkos.

T_2 : B nem gyilkos.

T_3 : T_1 és T_2 közül legalább az egyik igazat mond.

T_4 : A T_3 tanú hazudik.

Ki a gyilkos, ha T_4 igazat mond?

2. (10 pont)

A Fairy Tale egyetem diákjainak 60%-a tanul minden nap analízist, 50%-a vektoralgebrát, 50%-a halmazelméletet. 30%-uk foglalkozik minden nap analízissel és vektoralgebrával, 20%-uk vektoralgebrával és halmazelmélettel, 40%-uk analízissel és halmazelmélettel. 10%-a a hallgatóknak mindhárom témakörrel foglalkozik napi rendszerességgel. A diákok hány százaléka

(a) nem foglalkozik egyetlen területtel sem napi rendszerességgel?

(b) foglalkozik pontosan két területtel naponta?

(c) foglalkozik legalább két területtel minden nap?

3. (5+5 pont)

(a) Határozzuk meg az alábbi komplex szám valós részének és képzetes részének összegét!

$$z = (1 + i)^{12} + \frac{\sqrt{3} + i}{(1 - i)(\sqrt{3} - i)}$$

(b) Határozzuk meg a $z = -8i$ komplex szám 3. gyökeit algebrai alakban! Mekkora a gyökök abszolút értéke?

4. (10 pont)

Mekkora szöget zár be a $7x + \sqrt{50}y + z + 10 = 0$ egyenletű sík, az $A(2, 1, 2)$, $B(3, -1, \frac{10}{3})$, illetve $C(\frac{1}{2}, 0, 0)$ pontok által meghatározott síkkal?

5. (10 pont)

Tükrözzük az $A(2, 1, 0)$ pontot az

$$\frac{x-7}{2} = 1-y, \quad z=5$$

egyenletrendszerű egyenesre. Milyen távolságra van a tükörkép az origón átmenő $\mathbf{n} = (1, 1, -1)$ normálvektorú síktól?

6. (5 pont -BÓNUSZ) Legyenek A, B és C állítások. Bizonyítsuk be, hogy ha A -nak B, \overline{A} -nak pedig C szükséges feltétele, akkor C -nek \overline{B} elégséges feltétele.