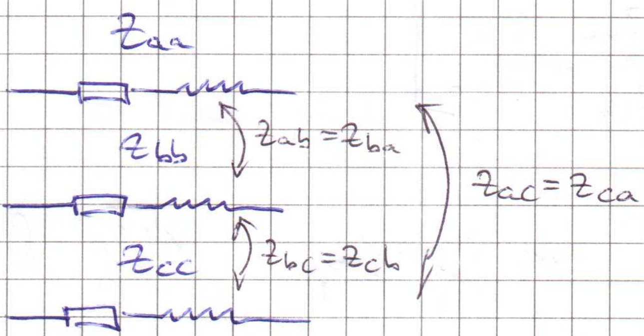
# XIII. előadás

2012. IV. 02.

## Fázis-sorrendi impedancia (Szimmetria kérdés)

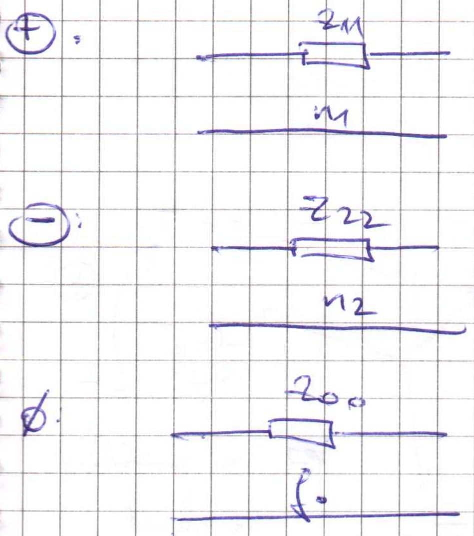



---

Az egyes impedanciák
- egyenlők -> szimm. távvez.
- nem egyenlők -> aszimm. távvezeték.

A fázisra felírt egyenletben a másik két fázisra felírt ~~egyenletek~~ mennyiségek is benne lesznek.

A kölcsönös impedanciákat ne kelljen kezelni, így át-térünk a következő képre:




fő: ez a fázisokat reprezentálja

Az egyes hálózatokból látott
- nincs csatolás, ha szimm. a hálózat -> 3db egyfázisú, csatolásmentes hálózat

A csatolás meglétéhez:

$$[Z_{ff}] = \begin{bmatrix} Z_{aa} & Z_{ab} & Z_{ac} \\ Z_{ba} & Z_{bb} & Z_{bc} \\ Z_{ca} & Z_{cb} & Z_{cc} \end{bmatrix}$$

fázisimpedancia-mátrix

(fázisimp. rendszer): erre igaz, hogy a $\Delta \overline{U}_f$ fázisfeszült-ség-esés:

$$\Delta \overline{U}_f = [Z]_{ff} \cdot \overline{I}_f \quad \text{, ahol}$$

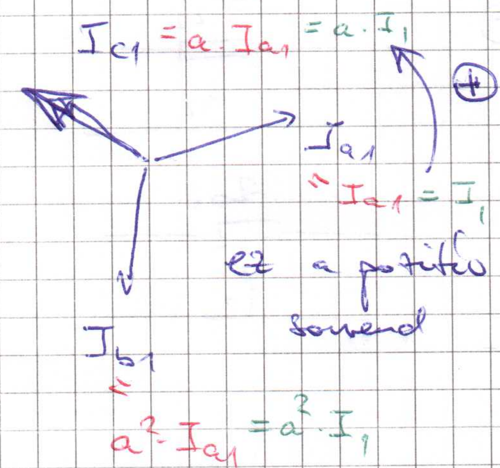
$$\overline{I}_f = \begin{bmatrix} I_a \\ I_b \\ I_c \end{bmatrix}$$ oszlopvektorok.

$$\Delta \overline{U}_f = \begin{bmatrix} \Delta U_a \\ \Delta U_b \\ \Delta U_c \end{bmatrix}$$

ebbe át akarok térni a szimmetrikus összetevőkről.

Felhasználjuk a transzformációs mátrixot:

$$[T] = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{bmatrix}$$




ha az $I_1$ létezik

ebből tudjuk az $1, a, a^2$-eket leolvasni (merre forog) amiből:

$$I_f = [T] I_s$$

fázismennyiségek

sorrendi mennyiségek: $I_s = \begin{bmatrix} I_0 \\ I_1 \\ I_2 \end{bmatrix}$

Az $I_1$ a pozitív sorrendben reprezentált rendszerben: mindhárom fázisban van áram: $I_{a1} = I_1$

$I_{b1} = a^2 I_1$

$I_{c1} = a I_1$

Az $I_f$-et helyettesítve

az $\Delta U_f = Z_{ff} \cdot I_f$ egyenletbe:

$$\Delta \overline{U}_f = \underbrace{[Z_{ff}] \cdot [T]}\, \overline{I}_s$$

először ezt a szorzást elvégezve ismét 3×3-as mtx-ot kapunk. Ez a $[Z]_{fs}$: a fázis- és sorrendi mennyiségek között kapcsolatot teremtő impedancia-mtx.

$$\Delta U_f = [Z]_{fs} \cdot I_s$$

ezt a típusú impedanciát adják meg pl. NAT kábelek impedanciájánál. (a külső fázisok impedanciája többfektetett kábeleknél nem egyezik a középsőével).

A kapott egyenletet tovább alakítva ($T^{-1}$-gyel szorozva balról):

$$\boxed{\Delta \overline{U}_s = [T]^{-1} \cdot [Z_{f\ell}] \cdot [T] \cdot \overline{I}_s}$$

ez az összefüggés a szimm. összetevő feszültségek és áramok közötti összefüggést adja meg.

a pozitív sorrendű áram által létrehozott zérus sorrendű feszültségesést mutatja meg.

$$Z_{ss} = \begin{bmatrix} Z_{00} & Z_{01} & Z_{02} \\ Z_{10} & Z_{11} & Z_{12} \\ Z_{20} & Z_{21} & Z_{22} \end{bmatrix}$$

vagyis

$$Z_{ss} = [T]^{-1} \cdot [Z_{f\ell}] \cdot [T]$$

$$\Delta \overline{U}_s = [Z_{ss}] \cdot \overline{I}_s$$

A 3 sorrendű hálózat akkor lesz fgtlen egymástól, ha a $[Z_{ss}]$-ben csak a főátlóban lévő tagok nem $\phi$-k. ($\equiv$ diagonális mátrix)

pl: $Z_{00}$: a zérus sorrendű áram által okozott zérus sorrendű feszültségesés.

~~A fázisimpedancia mátrixot~~

<u>Szimmetria</u> → milyen lehet a fázisimpedancia-mtx, hogy szimmetrikus legyen

1,

$$Z_{ff} = \begin{bmatrix} Z_ö & Z_k & Z_k \\ Z_k & Z_ö & Z_k \\ Z_k & Z_k & Z_ö \end{bmatrix}$$

← Az önimpedanciák egyenlők + a kölcsönös impedanciák is ilyenek.

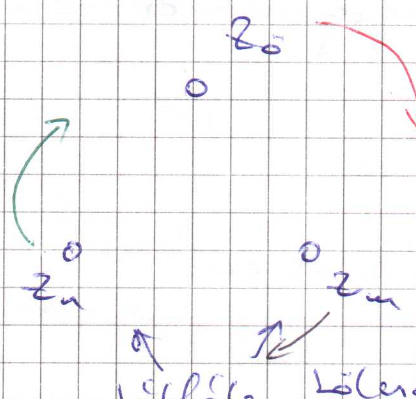
Egy szabályos Δ-be rendezett fővezeték (védővezető nélkül) ilyen → $\boxed{\text{teljesen szimmetrikus rendszer}}$

$$Z_{ss} = \begin{bmatrix} Z_ö + 2Z_k & 0 & 0 \\ 0 & Z_ö - Z_k & 0 \\ 0 & 0 & Z_ö - Z_k \end{bmatrix}$$

↑ $Z_{11} = Z_{22}$ is teljesül ilyenkor

2, Ciklikus fázisimpedancia-mtx.

~~$Z_{ff}=$~~




errefelé haladva lehet felírni a mtx sorait

kétféle kölcsönös impedancia van.

Ilyenkor

$$Z_{ff} = \begin{bmatrix} Z_ö & Z_m & Z_n \\ Z_n & Z_ö & Z_m \\ Z_m & Z_n & Z_ö \end{bmatrix}$$

← pirossal

← zölddel

← feketével

Az így kapott mtx nem szimmetrikus, de ciklikus. Ha a transzformációs mátrixokkal ezt végigszorozgatjuk, akkor kapjuk, hogy

$$
Z_{SS} = \begin{bmatrix} \underset{}{\overset{Z_{00}}{Z_{ö} + Z_m + Z_n}} & 0 & 0 \\ 0 & \overset{Z_{11}}{Z_{ö} + a^2 Z_m + a Z_n} & 0 \\ 0 & 0 & \underset{Z_{22}}{Z_{ö} + a Z_m + a^2 Z_n} \end{bmatrix}
$$

A ciklikus mátrixot is diagonálisba viszi át → a három sorrendi hálózat függ. egymástól.

$Z_{11} \neq Z_{22}$, csak ha $Z_m = Z_n$, de akkor pedig épp a szimmetrikus esetet adja.

Ciklikus mátrixa forgógépeknek van. ($Z_{22} = \frac{Z_{11}}{s}$ forgógépeknél).

3, Szimmetrikus, de nem ciklikus eset

Van egy $Z_ö$

egy $Z_{ab} = Z_{ba} = Z_m$

egy $Z_{bc} = Z_{cb} = Z_n$

egy $Z_{ac} = Z_{ca} = Z_p$

$$
\rightarrow Z_{f\ell} = \begin{bmatrix} Z_ö & Z_m & Z_p \\ Z_m & Z_ö & Z_n \\ Z_p & Z_n & Z_ö \end{bmatrix}
$$

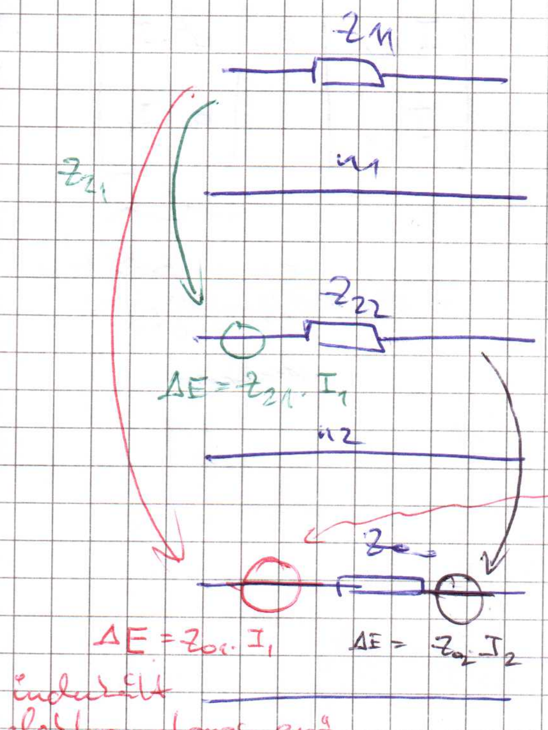
Ezt áttranszformálva:

$$[Z_{SS}] = \begin{bmatrix} Z_{00} & Z_{01} & Z_{02} \\ Z_{10} & Z_{11} & Z_{12} \\ Z_{20} & Z_{21} & Z_{22} \end{bmatrix}$$

és $Z_{01} \neq Z_{10}$, fizikai tartalmuk is más:

pl. $Z_{02}$: ha van negatív sorrendi áramom, akkor negatív sorrendű feszültségesést hoz létre.

Ebben az esetben:




$Z_{21}$: az 1-es hálózat által a 2-esben okozott feszültségesés

egy feszültségforrásként megjelenik zérus sorrendi feszültség (becsatolás)

A pozitív sorrendű hálózatban történik a teljesítményáramlás, így ezen hatások közül is ezek jelentősek: $Z_{01} \cdot I_1$, $Z_{21} \cdot I_1$

↑ elrendezési - feszültség - aszimmetriát.

A ~~pozitív sorrendű~~ Aszimmetrikus impedancia-rendszer pozitív sorrenddel szembeni impedanciája

Általánosan: a fázisimpedancia-rendszer:

$$Z_{ff} = \begin{bmatrix} Z_{aa} & Z_{ab} & Z_{ac} \\ Z_{ba} & Z_{bb} & Z_{bc} \\ Z_{ca} & Z_{cb} & Z_{cc} \end{bmatrix}$$

feszültségesés, de pozitív sorrenddel szemben:

↓

ez azt jelenti, hogy

$$I_{f1} = \begin{bmatrix} I_{a1} \\ I_{b1} \\ I_{c1} \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} I_1 \\ a^2 \cdot I_1 \\ a \cdot I_1 \end{bmatrix}}_{\text{ez a pozitív sorrendű}}$$

$$\Delta U_{f1} = \begin{bmatrix} Z_{aa} & Z_{ab} & Z_{ac} \\ Z_{ba} & Z_{bb} & Z_{bc} \\ Z_{ca} & Z_{cb} & Z_{cc} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} I_1 \\ a^2 I_1 \\ a I_1 \end{bmatrix}$$

olyan fesz. esés, amit a pozitív sorrendű áramok okoznak.

Egyenletrendszerként felírva:

$$\Delta U_{a1} = Z_{aa} I_1 + Z_{ab} \cdot a^2 I_1 + Z_{ac} \cdot a \cdot I_1$$ ← az a-fázisban létrejövő feszültségesés

$$\Delta U_{b1} = Z_{ba} \cdot I_1 + Z_{bb} \cdot a^2 I_1 + Z_{bc} \cdot a I_1$$

$$\Delta U_{c1} = Z_{ca} \cdot I_1 + Z_{cb}\, a^2 I_1 + Z_{cc} \cdot a \cdot I_1$$

... $I_1$-gyel osztva:

$$\frac{\cancel{\Delta U_{a1}}}{\cancel{I_1}} =$$

$$\begin{bmatrix} \Delta U_{a1} \\ \Delta U_{b1} \\ \Delta U_{c1} \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} Z_{aa} + Z_{ab} \cdot a^2 + Z_{ac} \cdot a \\ Z_{ba} + Z_{bb} \cdot a^2 + Z_{bc} \cdot a \\ Z_{ca} + Z_{cb} \cdot a^2 + Z_{cc} \cdot a \end{bmatrix}}_{Z_{f1,a1}} \cdot \begin{bmatrix} I_1 \\ I_1 \\ I_1 \end{bmatrix}$$

$\frac{\Delta U_{a1}}{I_1}$ $\frac{\Delta U_{b1}}{I_1}$

fázis feszültség-esések

a pozitív sorrenddel mentani impedancia, ha referenciának mindenhol a pozitív sorrendű áramot tekintem

$I_1 = I_{a1}$ is írható lenne

Egy $Z_{fs}$-jellegű mtx.

Ha bevezetjük a $\Delta U_f = [Z]_{fs} \cdot I_s$ egyenletbe

$[Z]_{f1,a1}$

$[Z_{fs}]_{f1,\text{saját fázis}}$, akkor az előbbi írható:

$$\Delta U_{a1} = \cancel{(Z_{aa} + Z_{ab} + Z_{ac})\, 2 I_1}\ (Z_{aa} + a^2 Z_{ab} + a Z_{ac})\, I_1$$

$$\Delta U_{b1} = (Z_{bb} + a \cdot Z_{ba} + a^2 \cdot Z_{bc}) \cdot a^2 \cdot I_1$$

a b-fázisú szim. összetevőre vonatkoztatva, vagyis $a^2 I_1$-et kiemelve

$$\Delta U_{c1} = (Z_{cc} + a^2 Z_{ca} + a Z_{cb}) \cdot a I_1$$

saját önimpedancia

kölcsönös impedanciák

mivel így

$$Z_{a1} = \frac{\Delta U_{a1}}{I_{a1}} = Z_{aa} + a^2 Z_{ab} + a Z_{ac}$$

de $I_{a1} = I_1$

$$Z_{b1} = \frac{\Delta U_{b1}}{I_{b1}} = \frac{\Delta U_{b1}}{a^2 \cdot I_1} = Z_{bb} + a Z_{ba} + a^2 Z_{bc}$$

$$Z_{c1} = \frac{\Delta U_{c1}}{I_{c1}} = \frac{\Delta U_{c1}}{a \cdot I_1} = Z_{cc} + a^2 \cdot Z_{ca} + a \cdot Z_{cb}$$

ebből az impedanciából ki tudjuk fejezni, hogy ~~kizam~~ pozitív sorrendű árammal ~~...~~ nemben ilyennel lesznek az impedanciák.

Tehát:

$$Z_{11} = \frac{\cancel{\frac{1}{3} \cdot (\Delta U_{a1} + a \Delta U_{b1} + \Delta U_{c1})}}{} $$

$$Z_{11} = \frac{\frac{1}{3} \cdot (\Delta U_{a1} + a \cdot \Delta U_{b1} + a^2 \cdot \Delta U_{c1})}{I_1}$$

$= \Delta U_{11}$

⊕ sorrendű árammal nem- beni ⊕ sorrendű impedancia

$I_1$ hozza létre mindegyiket, így mindig ezzel osztunk

$$Z_{01} = \frac{\frac{1}{3} \cdot (\Delta U_{a1} + \Delta U_{b1} + \Delta U_{c1})}{I_1}$$

$= \Delta U_{01}$

HF: Levezetni őket és fejben elszámolni

$$Z_{21} = \frac{\frac{1}{3} (\Delta U_{a1} + a^2 \Delta U_{b1} + a \Delta U_{c1})}{I_1}$$

$= \Delta U_{21}$, az negatív sorrendű feszültségesés, amit a ⊕ sorrendű hozott létre

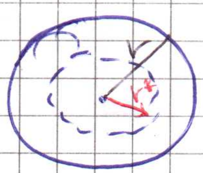
# Vezetők

1)

tömör vezető

(olyan cső, amelyikben nincs lyuk)

A belső impedanciáját akkor megkapjuk, egy egyenértékű kör sugarú csővel helyettesítjük:



$r^* = gmr$ (geometric mean radius)

redukált sugár

↑ belső induktivitás szempontjából

$\Psi = L_b \cdot I$

belső ind. ($L_b$)

a vezető teljes árama ($I$)

Levezetés nélkül: $r^* = r \cdot e^{-\frac{\mu_r}{4}}$

akkor igaz, ha az áramsűrűség állandó a vezetőn belül (a behatolási mélység elhanyagolható a vezetékhez képest)

ha $\mu_r = 1$, vagyis nem ferromágneses, akkor

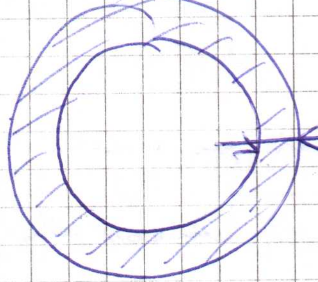
$r^* = r \cdot e^{-\frac{1}{4}} = 0{,}7789\, r$

Egyenértékű sugár: az $r^*$ és $r$ közötti csőben létrejövő mágneses tér ugyanaz, mint $r$ esetén

kisfrekvenciára (50Hz ill. harmonikusai is) igaz.

A belső impedanciát nehéz meghatározni (pl. egy vasmag stb).

nagyfrekvencián a skinhatás egyre erősebb



$f = 1\,MHz$ esetén már nagyon kicsi a $\delta$.

$\delta$: behatolási mélység

$$\delta = \sqrt{\frac{2}{\omega \cdot \mu \cdot \sigma}}$$

Az áram ha a $\delta$ sugarú gyűrűben folyik, akkor

$$A = \delta \cdot 2\pi \cdot r$$

így $R = \rho \cdot \frac{l}{A}$

és a belső impedancia:

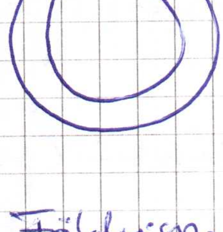
$$Z_b = R_b + j \cdot R_b = \qquad \leftarrow \text{a } Z_b\text{-hez tartozó } \varphi = 45°$$

$$= |Z_b| \angle 45°$$

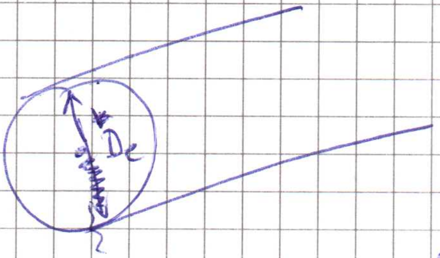
↑ ehhez a 45°-hoz közelít a frekv. növelésével.

A tömör vezetőből így lesz cső.

2,



3, Földvisszavezetés helyettesítése (Carson - Clem)




$R = 0{,}00099 \cdot f \left[\frac{\Omega}{km}\right]$ a cső ellenállása

ellenállás

$D_e = 659 \cdot \sqrt{\frac{\rho}{f}}$ a cső sugara

ahol $[\rho] = \Omega m$

föld esetében $\rho \approx 20-50\ \Omega m$

Magyarországon,

de pl. Skandináviában

$2000-10000\ \Omega m$.

ha pl $\rho = 50\ \Omega m$,

akkor $D_e = 659\ m$ $f = 50\ Hz$-en. Vagyis a föld egy 659 m sugarú csőnek felel meg.

Ha mindent ~~[illegible]~~ csővel helyettesítünk, akkor minden vezeték koaxiális ~~[illegible]~~ vezetékkel he-lyettesíthető.