Jelek és rendszerek 2. **2016.06.14.** **FISTO**

Név : *nyomtatott betűkkel*	**Neptun kód :**
Aláírás :	**Pontszám :**

1. Soros RC-tagot feszültségforrással gerjesztjük. A rendszer válasza a kondenzátor feszültsége. Adja meg a rendszer átviteli függvényét normálalakban!

$$\boxed{H(s) = \frac{1/RC}{s + 1/RC}}$$

2. Adja meg az előző feladatbeli rendszer ugrásválaszának értékét $t \to \infty$ esetében!

$$\boxed{g(\infty) = 1}$$

3. Mindentáteresztő FI rendszer pólusai $-2\ \mathrm{ms}^{-1}$ és $-3\ \mathrm{ms}^{-1}$, az amplitúdó karakterisztikája 1 krad/s körfrekvencián 2. Adja meg a rendszer átviteli függvényét!

$$\boxed{H(s) = 2\frac{(s-2)(s-3)}{(s+2)(s+3)} = \frac{2s^2 - 10s + 12}{s^2 + 5s + 10}}$$

4. A véges energiájú $f(t)$ jel sávszélessége $\Delta\omega$. Mekkora lesz az $g(t) = f(t)\cdot\cos(\Omega_0 t)$ jel $\Delta\omega_g$ sávszélessége, ha $\Omega_0 \gg \Delta\omega$?

$$\boxed{\Delta\omega_g = 2\Delta\omega}$$

5. Számítsa ki az előző feladatbeli $g(t)$ energiatartalmát (E_g), ha az $f(t)$ energiatartalma E_0!

$$\boxed{E_g = \frac{E_0}{2}}$$

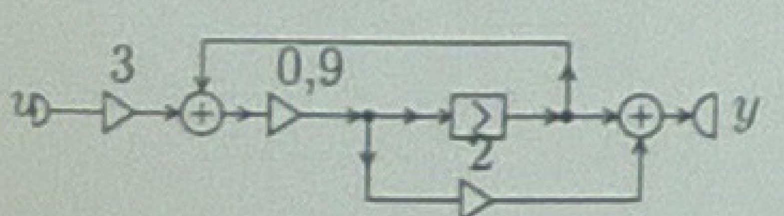
6. A belépő $z(t)$ jel Laplace-transzformáltja $Z(s) = \dfrac{2s}{3s+4}$. Adja meg a jelet!

$$\boxed{z(t) = \frac{2}{3}\delta(t) - \frac{8}{9}\varepsilon(t)\cdot e^{-4/3\cdot t}}$$

7. Határozza meg a $w(t) = 3\cdot e^{-t}\varepsilon(t-1)$ jel Laplace-transzformáltját

$$\boxed{W(s) = 3\cdot e^{-1}\cdot e^{-s}\frac{1}{s+1}}$$

8. Adja meg az alábbi hálózat által reprezentált diszkrét idejű rendszer állapotváltozós leírását normálalakban! Jelölje az állapotváltozó(ka)t!

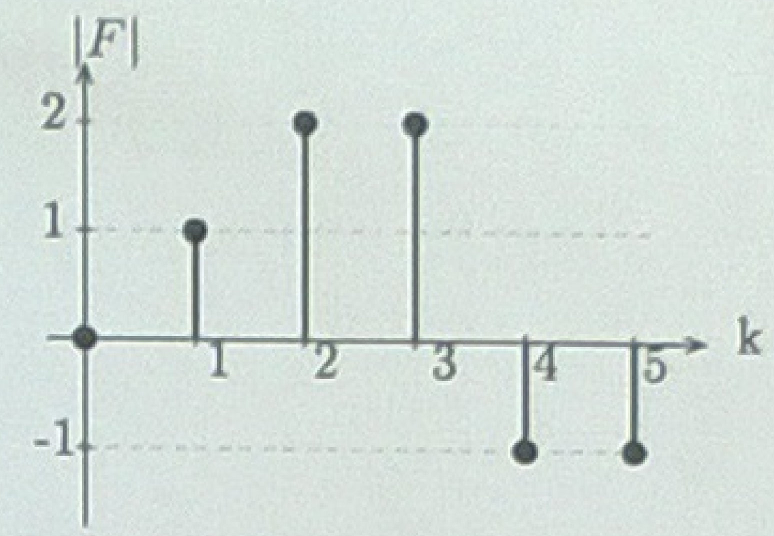


$$\boxed{x[k+1] = 0{,}9x[k] + 2{,}7u[k];\ y[k] = 2{,}8x[k] + 5{,}4u[k]}$$

9. Adja meg az $x[k]$ DI jelet, ha spektruma $X(e^{j\vartheta}) = 1 - 2\cdot\cos(\vartheta)$!

$$\boxed{x[k] = -\delta[k+1] + \delta[k] - \delta[k-1]}$$

10. A 6 hosszúságú DI periodikus jel egy periódusának 5 értékét mutatja az ábra. Egészítse ki a megfelelő értékkel, hogy a jel egyen összetevője 1/2 legyen!



11. Határozza meg az $f[k] = 3\delta[k] - 2\varepsilon[k-2]0{,}9^k$ jel z-transzformáltját!

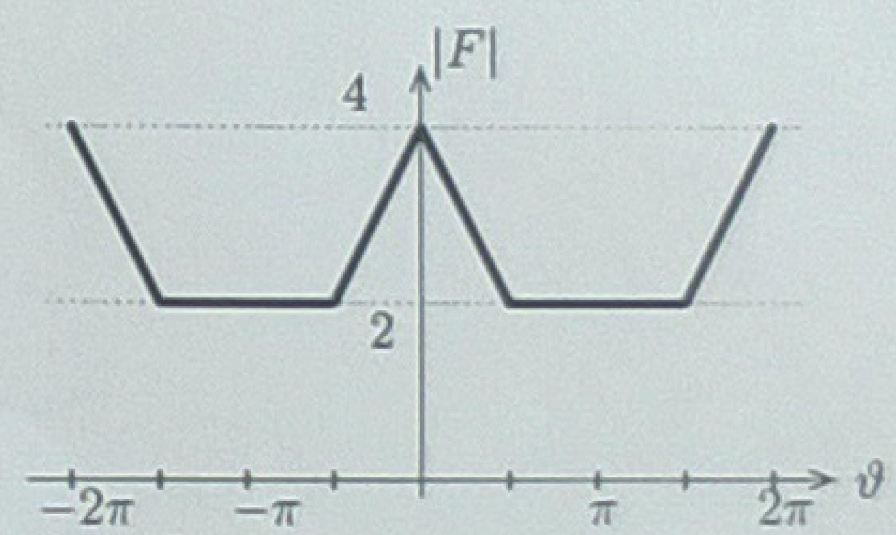
1,62

$$\boxed{F(z) = 3 - 2\cdot 0{,}9^2\cdot\frac{z^{-2}}{1 - 0{,}9z^{-1}}}$$

12. Számítsa ki a rendszer impulzusválaszát, ha átviteli függvénye $H(z) = \dfrac{2 + 0{,}7z^{-1}}{1 + 3z^{-1}}$.

$$\boxed{h[k] = 2\delta[k] - 5{,}3\varepsilon[k-1](-3)^{k-1}}$$

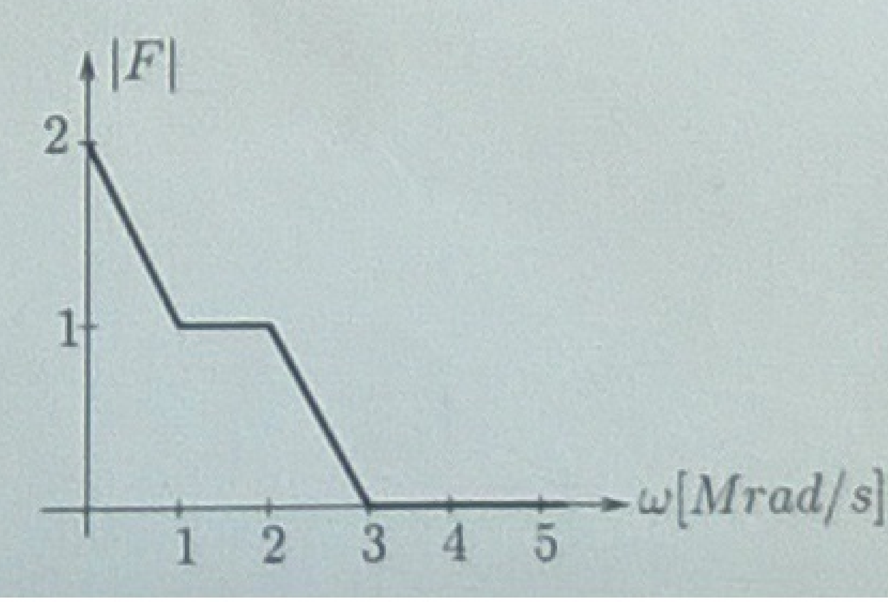
13. Egészítse ki az alábbi ábrát úgy, hogy az egy DI-rendszer átviteli karakterisztikájának abszolút értékét ábrázolja a $(-2\pi, 2\pi)$ intervallumon!



14. A nemlineáris kondenzátor karakterisztikája (V, μC koherens egységekben) $q = 4\cdot u^{3/2}$, ha $u > 0$ és $q = 0$ egyébként. Határozza meg az $\overline{u} = 2\ \ V$ munkapontban a dinamikus kapacitás értékét!

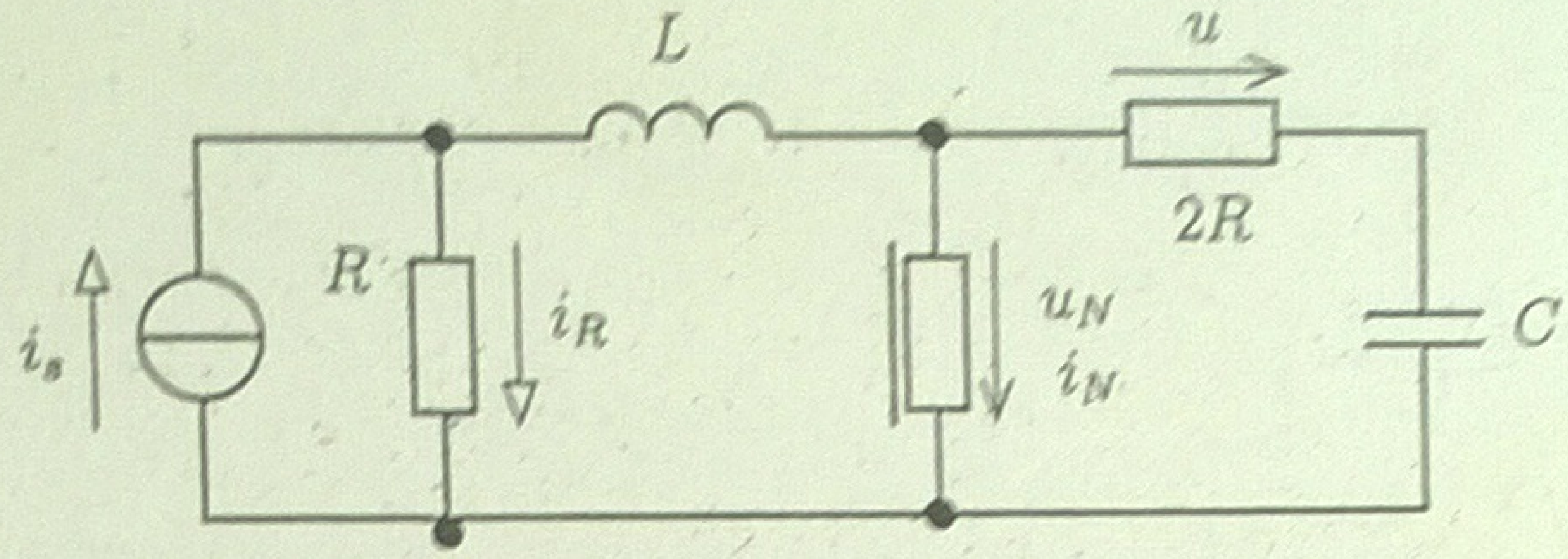
$$\boxed{C_d = \frac{dq}{du} = \frac{3}{2}4\cdot\overline{u}_N^{1/2} = 6\cdot\sqrt{2}\mu F \simeq 8{,}46\mu F}$$

15. Egy sávkorlátozott jel amplitúdóspektruma az alábbi. Adja meg a mintavételi idő maximális értékét, amelynél az alakhű jelrekonstrukció lehetséges!



$$\boxed{T_{s,\max} = \frac{\pi}{3}\mu s \simeq 1{,}046\mu s}$$

1. Az alábbi, nemlineáris ellenállást tartalmazó hálózat gerjesztése az áramforrás árama. A nemlineáris elem karakterisztikája V, mA egységekben : $i_N = 2 \cdot u_N^2$, ha $u_N > 0$, és $i_N = 0$ egyébként. A hálózati paraméterek értéke $R = 2\ k\Omega$, $L = 3$ mH, $C = 5$ nF.



a. Határozza meg a munkaponti linearizált hálózatot és adja meg a benne szereplő elemek értékét!

$$i_s(t) = [10 + 0{,}2 \cdot \cos(3t)]\ \text{mA}, \qquad [t] = \mu s$$

(6 pont)

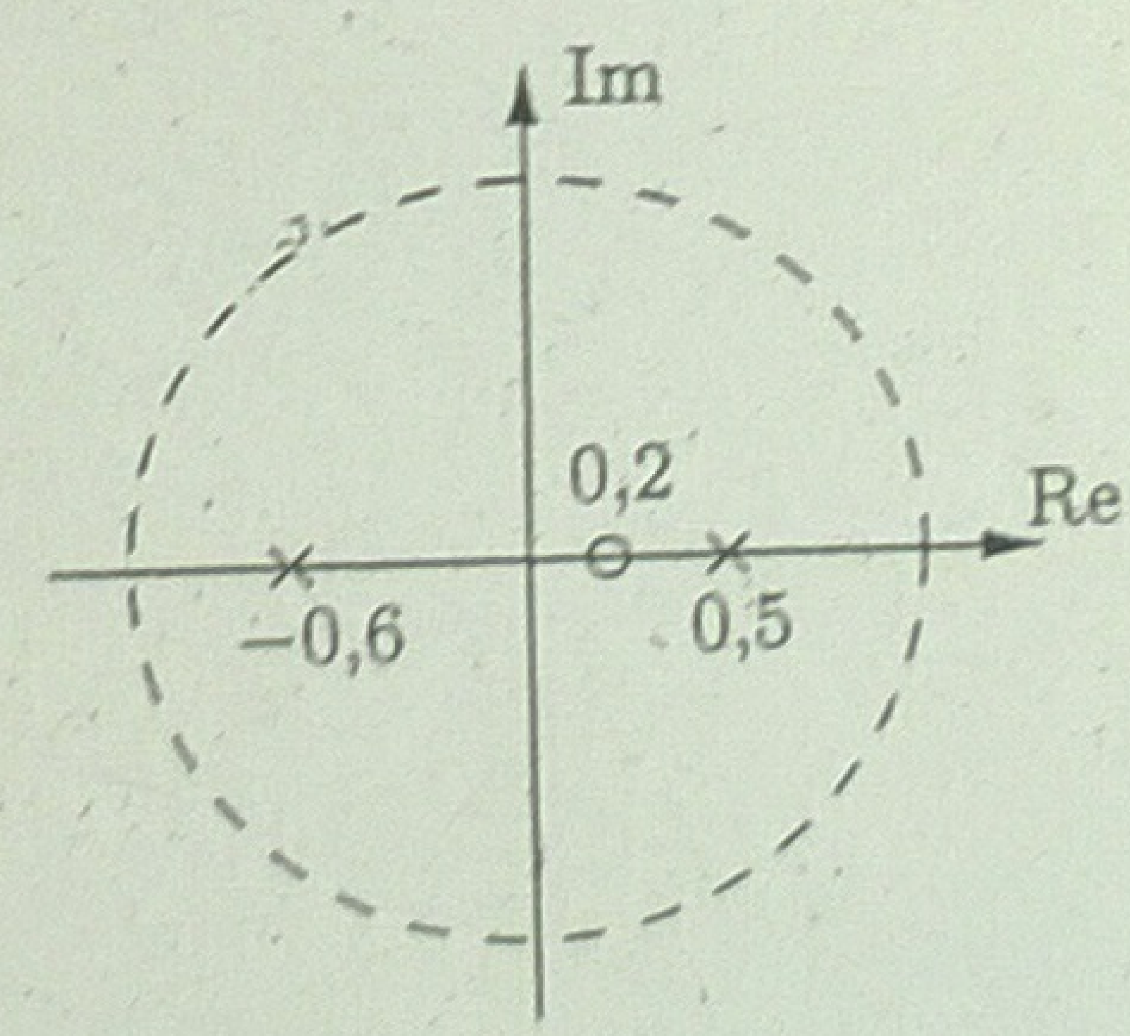
b. Adja meg az R ellenállás i_R áramának munkaponti értékét! (2 pont)

c. Helyettesítse a nemlineáris ellenállást egy zérus vezetésű ellenállással! Adja meg a rendszer átviteli függvényét normálalakban, ha a válasz a 2R ellenállás u feszültsége, a gerjesztés az áramforrás árama! (4 pont)

d. Számítsa ki az előző (c.) pontban leírt rendszer impulzusválaszát! (3 pont)

---

2. Egy diszkrét idejű rendszer pólus-zérus elrendezését mutatja az ábra. Tudjuk továbbá, hogy a rendszer válasza az $u[k] = 3$ gerjesztésre $y[k] = 5$.



a. Adja meg a rendszer átviteli függvényét normálalakban! (4 pont)

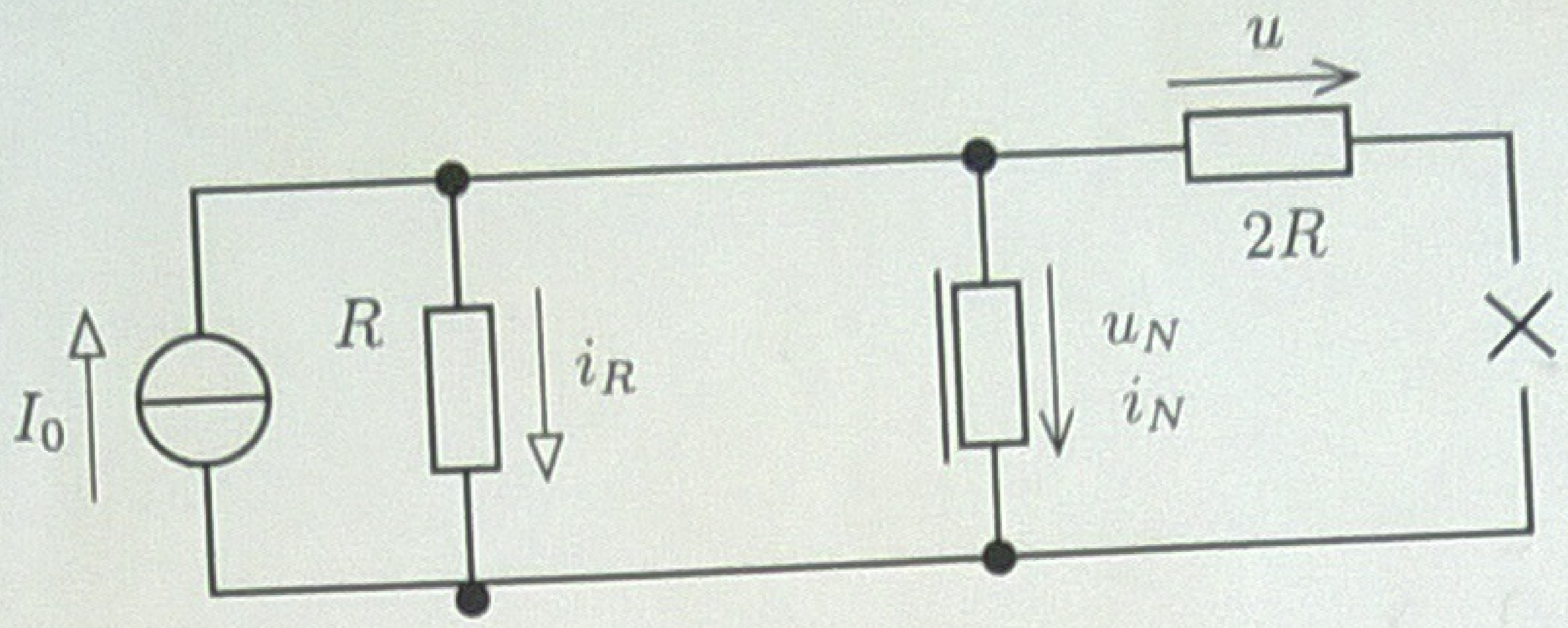
b. Határozza meg a rendszer impulzusválaszát! (3 pont)

c. Az $u[k]$ DI-periodikus jel periódusának hossza 4, a jel értékei a $k = 0 \ldots 3$ ütemekben $\{2; 3; -1; 0\}$. Adja meg ezen jel Fourier-sorát mérnöki valós alakban! (4 pont)

d. Számítsa ki a rendszernek az előző pontbeli jelre, mint gerjesztésre adott válaszának időfüggvényét! (4 pont)

1. feladat

a.



1

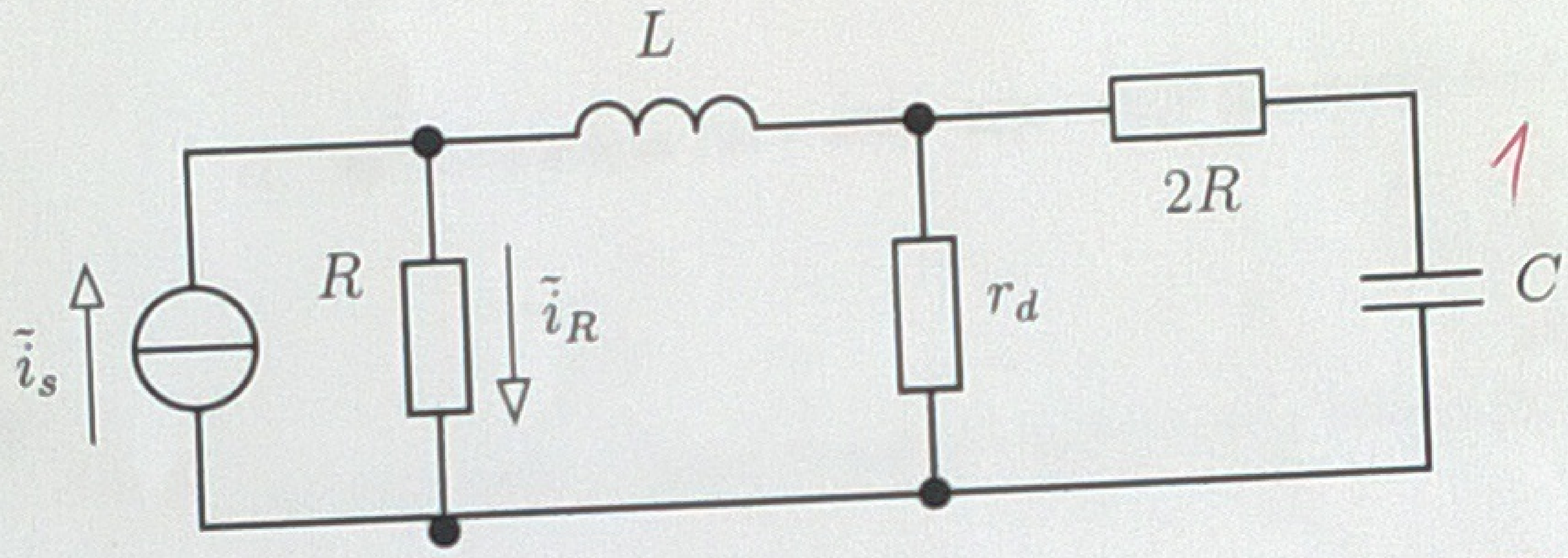
$$-I_0 + \frac{u_N}{R} + i_N = 0 \qquad \Rightarrow \qquad -R \cdot I_0 + u_N + R \cdot 2u_N^2 = 0 \qquad \Rightarrow \qquad 4 \cdot u_N^2 + u_N - 2 \cdot 10 = 0$$ 1

$$\overline{u}_{N,1} = 2{,}114V; \overline{i}_N = 2 \cdot \overline{u}_N^2 = 8{,}937 \text{ mA}$$ 1 $i_R =$

$$\overline{u}_{N,2} = -2{,}3646V; \text{ ellentmondásos az } \overline{u}_N > 0 \text{ feltétellel}$$

$$r_d = \frac{du_N}{di_N} = \frac{1}{\frac{d\, i_N}{d\, u_N}} = \frac{1}{4 \cdot \overline{u}_N} = 0{,}1183 \; k\Omega$$ 1

A linearizált hálózat :



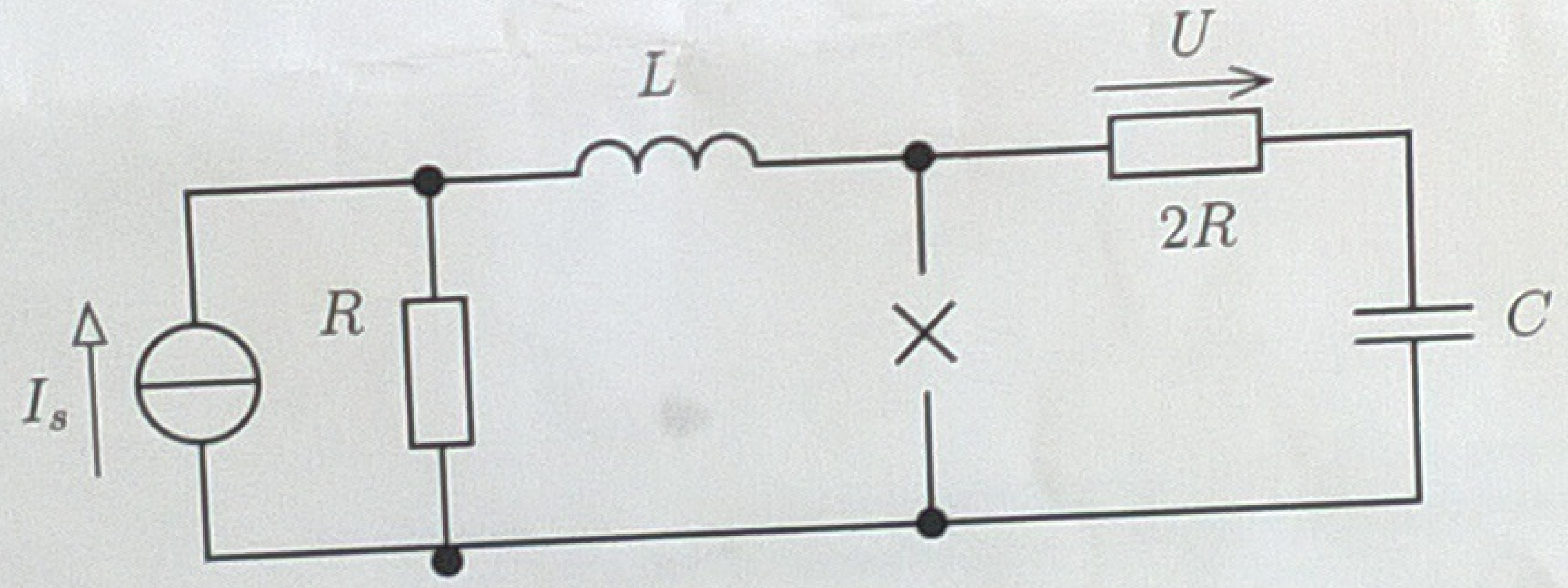
1 6

b. Előző pont eredményeit alkalmazva :

$$\overline{i_R} = \frac{\overline{u}_N}{R} = 1{,}057 \text{ mA}$$

2

c.



$$U(s) = \frac{2R}{R + 2R + sL + \frac{1}{sC}} \cdot I_s \cdot R = I_s \frac{s \cdot 2RC}{1 + s3RC + s^2LC} \cdot R = I_s \cdot \frac{2R^C}{LC} \cdot \frac{s}{s^2 + s\frac{3R}{L} + \frac{1}{LC}}$$

4

$$H(s) = \frac{2R^2}{L} \cdot \frac{s}{s^2 + s\frac{3R}{L} + \frac{1}{LC}} = \frac{2{,}6667 \cdot s}{s^2 + 2 \cdot s + 0{,}0667}$$

d.

$$h(t) = \mathcal{L}^{-1}\{H(s)\}$$

$$H(s) = \frac{2{,}6667 \cdot s}{(s + 1{,}9661)(s + 0{,}0339)} = \frac{A_1}{s + 1{,}9661} + \frac{A_2}{s + 0{,}0339}$$

$$A_1 = \left.\frac{2{,}6667 \cdot s}{s + 0{,}0339}\right|_{s=-1{,}9661} = 2{,}7135; \quad A_2 = \left.\frac{2{,}6667 \cdot s}{s + 1{,}9661}\right|_{s=-0{,}0339} = -0{,}0468$$

3

$$h(t) = \varepsilon(t) \cdot \left(2{,}7135 \cdot e^{-1{,}9661 \cdot t} - 0{,}0468 \cdot e^{-0{,}0339 \cdot t}\right)$$

2. feladat a. pólusok : $p_1 = -0{,}6; p_2 = 0{,}5$; zérus : $z_1 = 0{,}2$;
Ami alapján

$$H(z) = A \cdot \frac{z - 0,2}{(z + 0,6)(z - 0,5)}$$

A rendszer GV-stabil, ezért a konstans átvitel alapján :

$$H_0 = \frac{5}{3} \text{ és } H_0 = A\frac{1 - 0{,}2}{(1 + 0{,}6)(1 - 0{,}5)} = A = \frac{5}{3} \qquad \rightarrow \qquad A = \frac{5}{3}$$

$$\text{Átviteli függvény normálalakban : } H(z) = \frac{5}{3} \cdot \frac{z - 0{,}2}{z^2 + 0{,}1z - 0{,}3}$$

$$\boxed{H(z) = \frac{\frac{5}{3} \cdot z^{-1} - \frac{1}{3} z^{-2}}{1 + 0{,}1z^{-1} - 0{,}3z^{-2}} = \frac{1{,}666z^{-1} - 0{,}333z^{-2}}{1 + 0{,}1z^{-1} - 0{,}3z^{-2}}}$$

b.

$$h[k] = \mathcal{Z}^{-1}\left\{H(z)\right\}; \qquad H(z) = z \cdot z^{-1}\left(\frac{A_1}{z + 0{,}6} + \frac{A_2}{z - 0{,}5}\right)$$

$$A_1 = \frac{5}{3} \cdot \left.\frac{z - 0{,}2}{z - 0{,}5}\right|_{-0{,}6} = 1{,}2121; \qquad A_2 = \frac{5}{3} \left.\frac{z - 0{,}2}{z + 0{,}6}\right|_{0{,}5} = 0{,}4545$$

$$\boxed{h[k] = \varepsilon[k-1]\left(1{,}2121 \cdot (-0{,}6)^{k-1} + 0{,}4545 \cdot (0{,}5)^{k-1}\right)}$$

c. $L = 4$ ezért $\vartheta_0 = \frac{2\pi}{L} = \frac{2\pi}{4} = \frac{\pi}{2}$

$$U_0^C = \frac{1}{4}\left(2 + 3 + (-1) + 0\right) = 1$$

$$U_1^C = \frac{1}{4}\left(2 + 3 \cdot e^{-j\pi/2} + (-1) \cdot e^{-j2\pi/2} + 0\right) = \frac{1}{4}(3 - 3j) = 0{,}75 - 0{,}75j = \frac{\sqrt{2} \cdot 3}{4} e^{-j\pi/4} = 1{,}0606 \cdot e^{-j0{,}785}$$

$$U_2^C = \frac{1}{4}\left(2 + 3 \cdot (-1) + (-1) \cdot (-1)^2 + 0\right) = -\frac{1}{2}$$

$$u[k] = 1 + 2 \cdot \frac{\sqrt{2} \cdot 3}{4} \cdot \cos\left(\frac{\pi}{2}k - \frac{\pi}{4}\right) - \frac{1}{2} \cdot (-1)^k$$

$$2 \cdot \frac{\sqrt{2} \cdot 3}{4} \simeq 2{,}1212$$

$$\boxed{u[k] = 1 + 2{,}1212 \cdot \cos\left(\frac{\pi}{2}k - \frac{\pi}{4}\right) - \frac{1}{2} \cdot (-1)^k}$$

d.

$$\vartheta = 0; U = 1; H = 5/3; Y_0 = 5/3$$

$$\vartheta = \pi/2; U = \frac{\sqrt{3}}{2} e^{-j\pi/4}; H = 1{,}3030 \cdot e^{-j1{,}29}; Y_{\pi/2} = 2{,}7653 \cdot e^{-j2{,}081}$$

$$\vartheta = \pi; U = -\frac{1}{2}; H = \frac{-10}{3}; Y_\pi = 10/6;$$

$$\boxed{y[k] = \frac{5}{3} + 2{,}7653 \cdot \cos\left(\frac{\pi}{2}k - 2{,}081\right) + 1{,}667 \cdot (-1)^k}$$