Villamosmérnök A3 (2019 ősz) — 3. vizsga ZH

Minden feladat 12 pontos, tehát összesen 60 pontot lehet összegyűjteni. Minden feladat esetében szükséges a világos indoklás, nem elég a végeredmény és/vagy a válasz.

1. Oldja meg az $1 + (x - e^{-y})y' = 0$ differenciálegyenletet!

2. $\int_K r\, df = ?$ ha $K = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : (x-R)^2 + y^2 \leq R^2,\ z = m\}$ (azaz a $z = m$ síkban fekvő, a z tengelyre eső középpontú R sugarú körlap i irányban R-el való eltoltja) felfelé irányítva.

3. $\int_L (3x\,\mathrm{sh}^2(x) + y^2, x - \text{[illegible]}\,y^2)\ dr = ?$ ha L az a pozitívan irányított háromszög, melynek csúcsai a $(0,0)$, $(3,0)$ és $(3,2)$ pontok.

4. $\int_F (0, x^2(1-y^2))\ df = ?$, ha F a síkban az origó középpontú, R sugarú körlap kifelé irányított határának (mint kétdimenziós valódi felületnek) az y tengely nemnegatív felére eső része.

5. (1) Legyen $1 \leq n \leq m \in \mathbb{N}$, $A \subseteq \mathbb{R}^n$, $r : A \to \mathbb{R}^m$ egy felület explicit egyenlete.
(1a) Milyen feltételt elégít ki r Jacobi-mátrixa?
(1b) Milyen feltételt elégít ki m és n ha a felület valódi felület.
(2) Igazak-e a következő állítások? $(v, w : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3)$
(2a) $\mathrm{rot}(v + w) = \mathrm{rot}(v) + \mathrm{rot}(w)$
(2b) $\mathrm{rot}(v \cdot w) = \mathrm{rot}(v) \cdot \mathrm{rot}(w)$ (ahol $\cdot$ skaláris szorzás)

IMSc-feladat. Mutassa meg, hogy nincs olyan kétszer folytonosan deriválható $v : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ vektorfüggvény, amelyre $\mathrm{rot}\, v = (xz, xyz, -y^2)$.