

Nyílt címzéssel hasheltünk egy kezdetben üres, 11 elemű táblába nyolc kulcsot, a  $h(k) = k$  maradéka 11-gyel osztva hash-függvényt és lineáris próbát használva. A beszúrások után az alábbi állapotot kaptuk:

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12				6	<del>19</del>	7	8	9	1

- Magyarázza el, hogy hogyan került az 1-es kulcs a 10-es cellába a beszúrás során.
- A fenti táblából kitöröljük a 19-et, majd keressük a 30-at. Hogyan zajlik ez a keresés?
- A fenti táblából kitöröljük a 19-et és beszúrjuk a 20-at. Hogyan zajlik ez a beszúrás?

a)  $h(1) = 1$

b)  $h(30) = 22 + 8 = 8$

c)  $h(20) = 11 + 9 = 9 \rightarrow 6$ -os cellába kívül

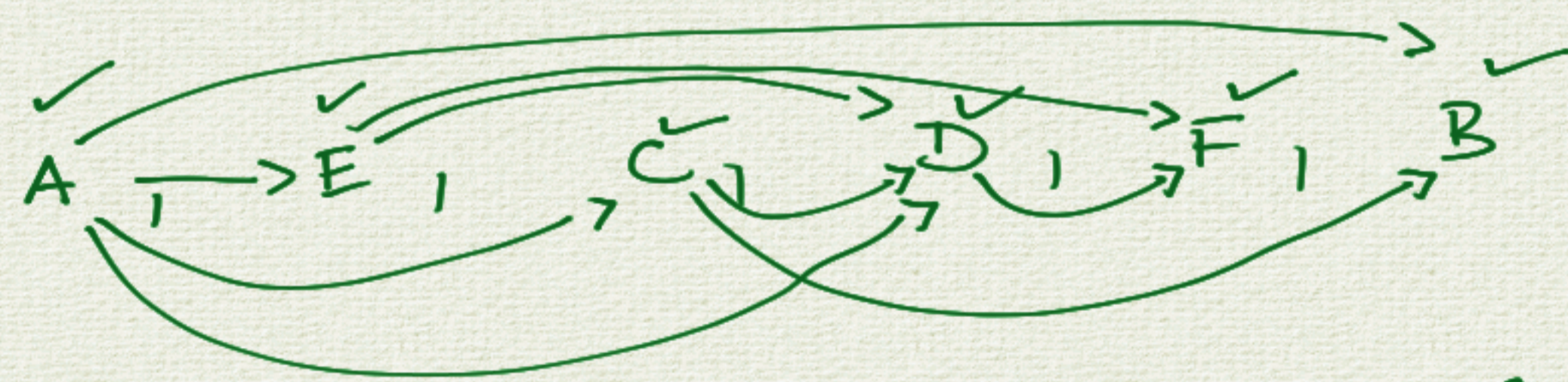
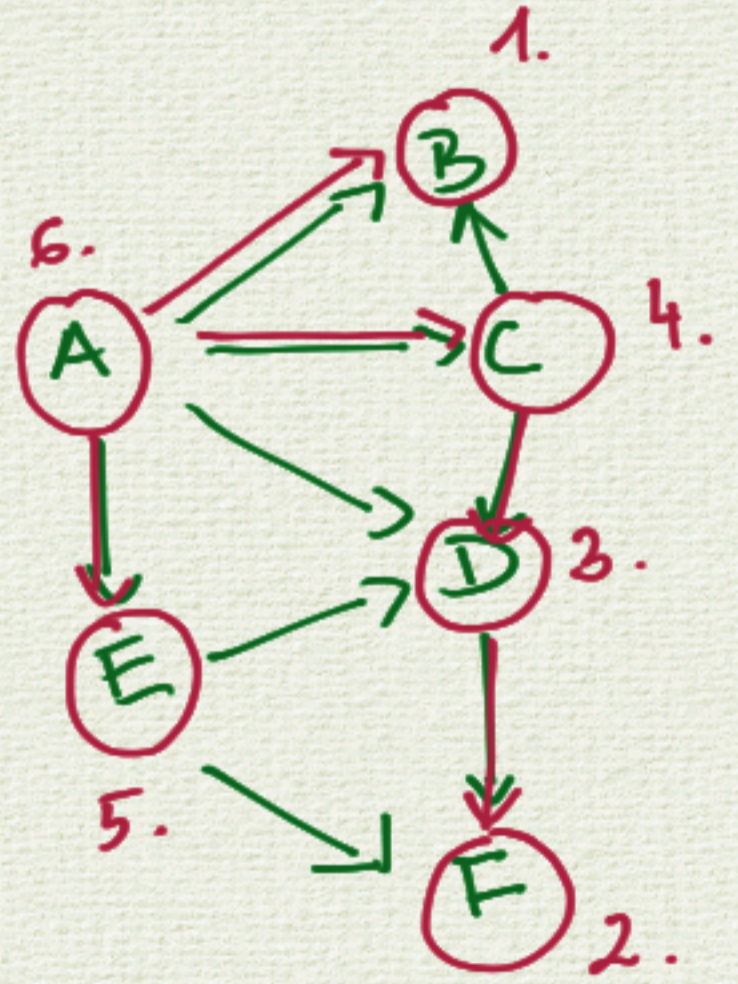
(a) Rajzolja fel az alábbi szomszédossági mátrixhoz tartozó irányított gráfot.

	A	B	C	D	E	F
A	0	1	1	1	1	0
B	0	0	0	0	0	0
C	0	1	0	1	0	0
D	0	0	0	0	0	1
E	0	0	0	1	0	1
F	0	0	0	0	0	0

(b) Hajtson végre egy mélységi bejárást ezen a gráfon és a segítségével az órán tanult módszerrel döntse el, hogy ez a gráf DAG-e vagy sem.

*→ bávkonnan*

*→ bejárési számok fordított sorrendbe*



*→ top sorrend => G DAG*

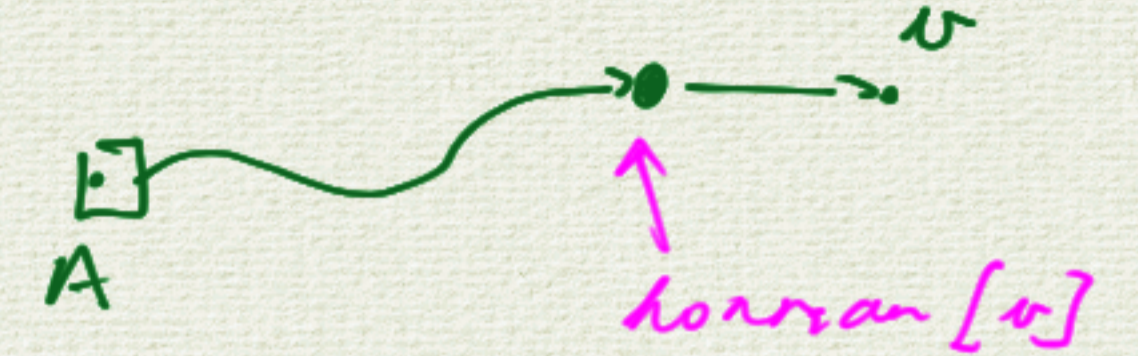
*top sorrend  $\Leftrightarrow$  G DAG*

*? Top-sorrend-e?  
 azaz  $\forall e \rightarrow$   
 azaz mindig  $e \leftarrow$*

Dijkstra algoritmusát használjuk az  $A, B, C, D, E$  csúcsokból álló irányított, élsúlyozott  $G$  gráfban az  $A$  kezdőcsúcsból, eközben az *eddig\_i\_legjobb* tömb így változik (az egyes sorok az *eddig\_i\_legjobb* tömb változását mutatják egy-egy csúcs KÉSZ halmazba kerülése után).

	A	B	C	D	E
A	*	1	$\infty$	5	$\infty$
B	*	*	5	2	$\infty$
C	*	*	4	*	$\infty$
D	*	*	*	*	7
E	*	*	*	*	*

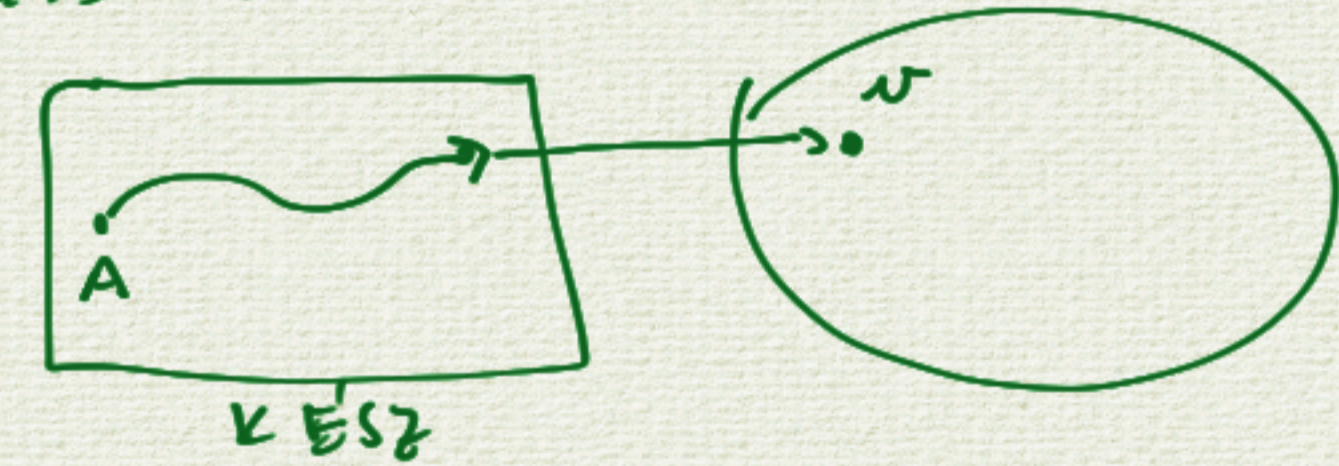
KÉSZ  
A  
B  
D  
C  
E



Adja meg a *honnan* tömb értékét az egyes lépések után (egy ugyanilyen méretű táblázat formájában) és indokolja is meg a választát.

- honnan jelentése

  - ha  $v \in G$  KÉSZ : honnan jön a legrövidebb út (A-ból)
  - ha  $v \notin KÉSZ$  : honnan jön az a legrövidebb út, aminek végig KÉSZ-ben +1e'l nem KÉSZ

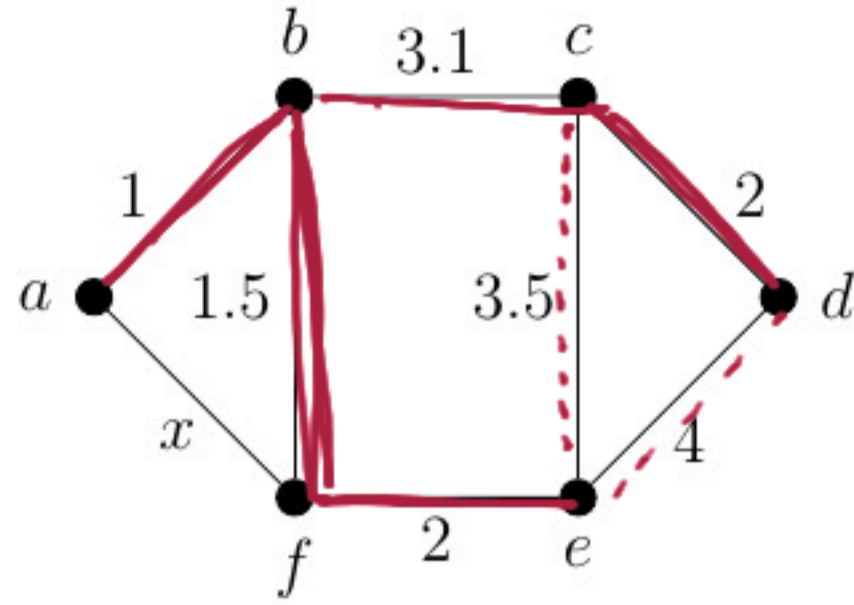


- ha eddig\_i\_legjobb változik v-re  $\Rightarrow$  éppen KÉSZ-be került csúcsból jobb utat találunk

honnan:

	A	B	C	D	E
A	A	A	*	A	*
B	A	A	B	B	*
C	A	A	D	B	*
D	A	A	D	B	C
E	A	A	D	B	C

Az alábbi gráfon, ahol az  $x$  élsúly nem ismert, futtatva Kruskal algoritmusát egy minimális feszítőfa keresésére az első három él, amit az eljárás beválaszt:  $ab, bf, fe$ . Adja meg  $x$  összes lehetséges értékét (röviden indokolva választát) és írja le, hogy mely éleket és milyen sorrendben választja be ezután az algoritmus és miért.



Kruskal:

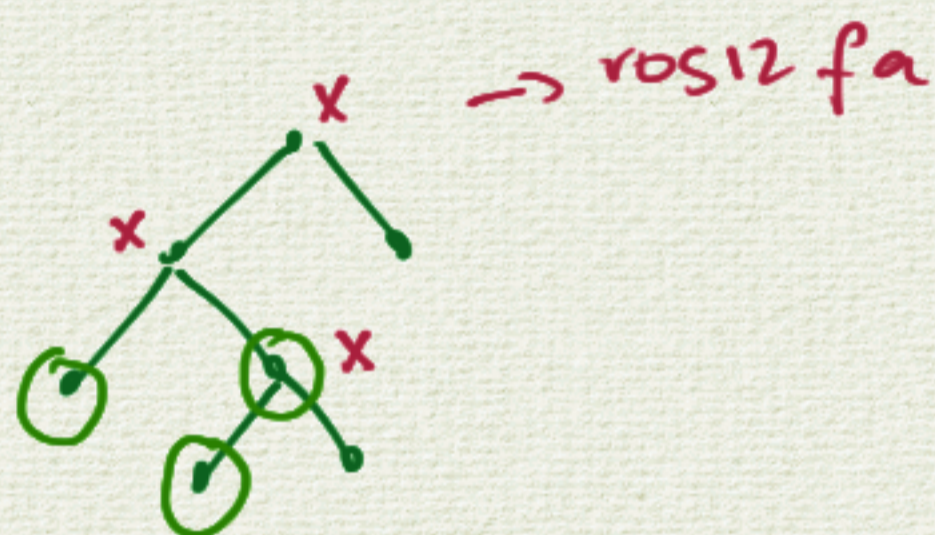
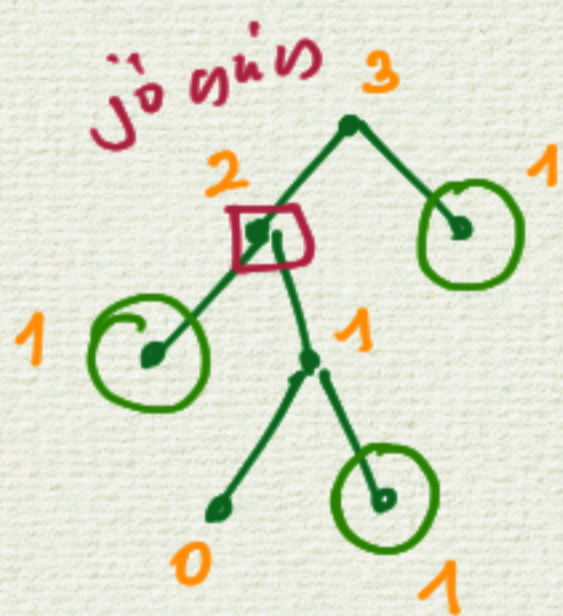
- 1) rendezni az éleket →
- 2)  $\forall$  élre:
  - él + eddigiek kört csinálnak-e?
  - igen → ugorja
  - nem → beveszi

$ab, bf \Rightarrow x \geq 1.5$  mert ilyen van előre (ha  $x < 1$ ) vagy másodikra ( $x \geq 1, x < 1.5$ ) bevette volna és itt hátré lehet, mert ezt sose választja, hiszen kört csinálna  
 $x = af$  valaholitt, de mindig

él:  $(ab), (bf), (fe), (cd), (bc), (ce), (ed)$   
 beveszi beveszi kört lenne

5. Adott egy  $n$  csúcsú bináris keresőfa, amiben minen nem-levél csúcsnak két gyereke van és amiben néhány csúcs zöldre van színezve (a többi színtelen). Adjon  $O(n)$  lépésszámú eljárást, ami eldönti, hogy van-e a fának olyan nem-levél csúcsa, aminek jobb és bal részfájában ugyanannyi zöld csúcs található.

LSZ



zöld[x]

$O(n)$

algo: posztorder bejárás is ha  $x$ -hez e'vör (látogat  $x$ )  
 $x =$  levél: ha  $x$  zöld  $\Rightarrow$  zöld[x] = 1, kben zöld[x] = 0  
 $x \neq$  nem-levél ( $\Rightarrow$  2 gyerek van  $\Rightarrow$  zöld[bal(x)], zöld[jobb(x)]  
 ha van nem-levél

csúcsoknál  
 konstans  
 munka  
 pluszban

ha zöld[bal(x)]  $\neq$  zöld[jobb(x)]  $\Rightarrow$  jó nincs  $\Rightarrow$  vitván "van"  
 kben zöld[x] := zöld[bal(x)] + zöld[jobb(x)] + 0/1  $\leftarrow$  x nem zöld  
 $\leftarrow$  x zöld

ha mégis e'vör, azaz  $x =$  gyökér is nem volt jó nincs (a gyökér se jó)  $\Rightarrow$  "Nincs"

ötlet: 1) posztorder bejárás  
 "jóság"  
 | poszt(bal(x))  
 | poszt(jobb(x))  
 | látogat(x)  $\leftarrow$  csinálunk itt valamit

2) fel'jük, leon  $x$  fájában  
 (beleértve  $x$ -et is) hány zöld van  $\rightarrow$  zöld[x] =

3) mivel posztorder  $\Rightarrow$   
 $x$  látogatásakor tudom,  
 leon a 2 részében hány van

6. Egy téli napon egy országban rengeteg helyen esett ónos eső, a közlekedést felügyelő szervezet az utakat kategóriákba sorolta: 1-es a biztonságos útszakasz, 2-es a kicsit veszélyes, 3-as pedig a járhatatlan. Az ország úthálózatának ónos eső utáni helyzetét egy élsúlyozott irányítatlan gráf írja le, ahol csúcsok a városok, élek a városok között vezető utak, az élek súlya pedig a felügyelet által az útra kiadott kategória száma (1-es, 2-es vagy 3-as).

El szeretnénk dönteni, hogy el tudunk-e menni az  $A$  városban levő lakásunkból a  $B$  városban levő nyaralónkba úgy, hogy végig biztonságos utakon haladunk. Melyik tanult algoritmust lehet alkalmazni, hogyan és miért, ha  $O(n^2)$  lépésben választ akarunk kapni (szokás szerint  $n$  a csomópontok száma)?

• BFS/DFS

Algo: módosított a mátrixot : ahol  $\begin{matrix} 2 & 1 & 3 \\ \infty & & \end{matrix} \rightarrow \infty / \textcircled{0}$   
 $\begin{matrix} \infty & & \end{matrix} \rightarrow \textcircled{0}$

jóság : új mátrixban már csak a használható utak

$O(n^2)$  [ BFS → DFS jó A-ból  
 • bejárva[B] == 1 → elérhető, ha 0, az akkor nem ]  
 $O(1)$

LSZ:  $O(n^2) + O(n^2) + O(1) = O(n^2)$

$\infty$  : nincs út  
 $\textcircled{1}$  : biztonságos út  
 2 : kicsit veszélyes  
 3 : nagyon -||-

→ 0/1 mátrix :  
 1 → jó út  
 0 → nincs út