

FIZIKA 3
M E A

$$\bar{O} = (\psi, 0 \psi)$$

Heisenberg - fele bizonytalansági elv:

$$[A, B] \neq 0 \text{ - nem felmérhető}$$

$$\Delta A \cdot \Delta B \geq \frac{\hbar}{2}$$

bizonyítják: fermionos vonalrészesség

$$(\psi_k; \psi_i) = 0$$

$$\psi = \sum a_i \psi_i$$

$$\psi_{sp} = \frac{B_0}{2} + \frac{B_1}{2} P_x + \frac{B_2}{2} P_y + \frac{B_3}{2} P_z$$

$$\Delta A = 0 - \bar{O}$$

Ehrenfest - tétel - fizikai mennyiségek középértékének időbeli változásai

$$\bar{O} = (\psi, 0 \psi)$$

$$\frac{\hbar}{i} \frac{\partial \psi}{\partial t} + H \psi = 0$$

O nem függ explicit az időtől

$$\frac{d\bar{O}}{dt} = \left(\frac{\partial \psi}{\partial t}, 0 \psi \right) + \left(\psi, 0 \frac{\partial \psi}{\partial t} \right) =$$

$$\frac{\partial \psi}{\partial t} = -\frac{i}{\hbar} H \psi$$

$$\frac{\partial \psi^*}{\partial t} = \frac{i}{\hbar} H \psi^*$$

$$\frac{d\bar{O}}{dt} = \frac{i}{\hbar} (H \psi; 0 \psi) - \frac{i}{\hbar} (\psi, 0 H \psi) = \frac{i}{\hbar} (\psi (H_0 - 0 H) \psi) =$$

$$= \frac{i}{\hbar} (\psi; [H, O] \psi)$$

$$\text{ha } [H; 0] = 0$$

$$\frac{d\bar{0}}{dt} = 0$$

1. alkalmasa's

$$0 = x$$

$$\frac{d\bar{x}}{dt} = \frac{i}{\hbar} (\psi, [H, x] \psi) \quad [p_x, x] = \frac{\hbar}{i} I \quad \text{pl } \dot{\hat{p}}_x = \frac{\hbar}{i} \frac{\partial}{\partial x} \hat{x} = \hat{x} \cdot$$

$$[H, x] \psi = -\frac{\hbar}{i} H \frac{\partial \psi}{\partial p_x} + \frac{\hbar}{i} \frac{\partial}{\partial p_x} H \psi = \quad \text{pl: } \dot{\hat{x}} = -\frac{\hbar}{i} \frac{\partial}{\partial p_x} \hat{p}_x = \hat{p}_x \cdot$$

$$= -\frac{\hbar}{i} H \frac{\partial \psi}{\partial p_x} + \frac{\hbar}{i} \frac{\partial H \psi}{\partial p_x} + \frac{\hbar}{i} H \frac{\partial \psi}{\partial p_x} = \frac{\hbar}{i} \frac{\partial H}{\partial p_x} \psi$$

$$\boxed{\frac{d\bar{x}}{dt} = \left(\psi, \frac{\partial H}{\partial p_x} \right)}$$

2. ugyanez $0 = p_x$

$$\frac{d\bar{p}_x}{dt} = - \left(\psi, \frac{\partial H}{\partial x} \right)$$

pelda: m tömegű part $V(x, y, z)$

$$H = \frac{1}{2m} (p_x^2 + p_y^2 + p_z^2) + V(x, y, z)$$

$$\frac{d\bar{x}}{dt} = \left(\psi, \frac{\partial H}{\partial p_x} \psi \right) = \frac{1}{m} \left(\psi, p_x \psi \right) = \frac{\bar{p}_x}{m}$$

$$\frac{d\bar{x}^2}{dt^2} = \frac{1}{m} \frac{d\bar{p}_x}{dt} = -\frac{1}{m} \left(\psi, \frac{\partial H}{\partial x} \psi \right) = -\frac{1}{m} \left(\psi, \frac{\partial V}{\partial x} \psi \right) = -\frac{1}{m} \frac{\partial \bar{V}}{\partial x}$$

$$\frac{d^2 \bar{x}}{dt^2} = -\frac{1}{M} \frac{\partial \bar{V}}{\partial x}$$

- Newton II. törvénye

↳ Ehrenfest-tétel

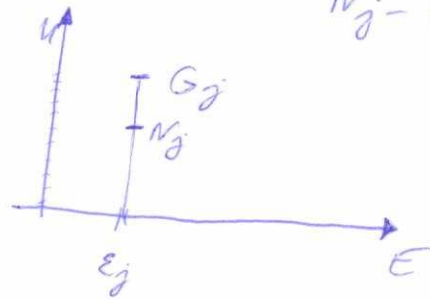
STATISZTIKAI FIZIKA

Egy részecske állapotok

j állapot - ϵ_j
 ϵ -ja

degeneráció G_j - ennyi részecske
 található max

N_j - nincs teljesen betöltve,



Össz részecske szám

$$\left. \begin{aligned} N &= \sum N_j \\ E &= \sum \epsilon_j N_j \end{aligned} \right\} \text{fix}$$

átlagos betöltöttség

$$\bar{n}_j = \frac{N_j}{G_j}$$

$$N = \sum G_j \bar{n}_j$$

$$E = \sum G_j \epsilon_j \bar{n}_j$$

W_j - termodinamikai valószínűség

$$W_j = W(G_j, N_j)$$

$$W = \prod W_j$$

Entropia: $S = k_B \ln W = k_B \sum \ln W_j$

egyensúly esetén S_{max}

feltételes melőbértek problémát oldunk meg

$$\frac{\partial}{\partial \bar{n}_j} \left\{ S(\{\bar{n}_j\}) - \alpha N(\{N_j\}) - \beta E(\{N_j\}) \right\} = 0$$

$$k_B \frac{\partial \ln W_j(G_j, \bar{n}_j)}{\partial \bar{n}_j} - \alpha G_j - \beta G_j \epsilon_j = 0$$

1. Fermi részecske (pl. e^-)

$$W_j = \binom{G_j}{N_j} = \frac{G_j!}{N_j! (G_j - N_j)!}$$

Stirling-formula

$$\ln W_j = G_j \ln G_j - G_j - N_j \ln N_j + N_j - (G_j - N_j) \ln(G_j - N_j) + G_j - N_j =$$

feltétel:

G_j, N_j - nagyon nagy számok

$$G_j, N_j \gg 1$$

Stirling:

$$\ln N! = N \ln N - N$$

$$N_j = G_j \bar{n}_j$$

$$= G_j \ln G_j - G_j \bar{n}_j \ln(G_j \bar{n}_j) - G_j(1 - \bar{n}_j) \ln(G_j(1 - \bar{n}_j)) =$$

$$= G_j \ln G_j - G_j \bar{n}_j \ln G_j - G_j \bar{n}_j \ln \bar{n}_j -$$

$$- G_j(1 - \bar{n}_j) \ln G_j - G_j(1 - \bar{n}_j) \ln(1 - \bar{n}_j) =$$

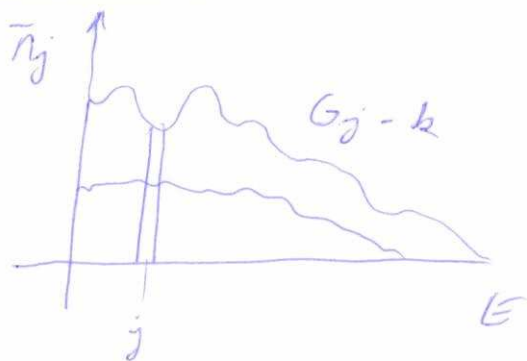
$$= -G_j (\bar{n}_j \ln \bar{n}_j + (1 - \bar{n}_j) \ln(1 - \bar{n}_j))$$

$$k_B \frac{\partial}{\partial \bar{n}_j} \left\{ \bar{n}_j \ln \bar{n}_j + (1 - \bar{n}_j) \ln(1 - \bar{n}_j) \right\} + \alpha + \beta \epsilon_j = 0$$

$$k_B \left[\ln \bar{n}_j + 1 - \ln(1 - \bar{n}_j) - 1 \right] + \alpha + \beta \epsilon_j = 0$$

$$\ln \frac{\bar{n}_j}{1 - \bar{n}_j} + \alpha + \beta \epsilon_j = 0$$

k_B



$$\alpha = ? \quad \beta = ?$$

$$\frac{\partial S}{\partial \bar{n}_j} = G_j (\alpha + \beta \epsilon_j)$$

matek:

$$\frac{\partial S(E, N)}{\partial \bar{n}_j} = \frac{\partial S}{\partial E} \frac{\partial E}{\partial \bar{n}_j} + \frac{\partial S}{\partial N} \frac{\partial N}{\partial \bar{n}_j} = \frac{\partial S}{\partial E} G_j \epsilon_j + \frac{\partial S}{\partial N} G_j$$

$$\underbrace{\left(\frac{\partial S}{\partial N} - \alpha \right)}_0 + \underbrace{\left(\frac{\partial S}{\partial E} - \beta \right)}_0 \epsilon_j = 0$$

$$\alpha = \frac{\partial S}{\partial N} = -\frac{\mu}{T}$$

$$\beta = \frac{\partial S}{\partial E} = \frac{1}{T}$$

kémiai potenciál

$$E = TS - pV + \mu N$$

$$S = \frac{E}{T} - \frac{\mu}{T} N$$

$$\bar{n}_j = \frac{1}{e^{\frac{1}{k_B T} (\epsilon_j - \mu)} \pm 1}$$

+ - FERMI
- - BOSE

re'cskésrdm nem állandó - $\mu = 0$

$$\frac{1}{k_B T} = \beta$$

ha nincs ott az ± 1 Boltzmann-eloszlás: $f_s = \frac{e^{-\frac{\epsilon}{k_B T}}}{Z}$

$$\bar{n} = \frac{1}{e^{\beta(\epsilon_i - \mu)} \pm 1}$$

$$\beta = \frac{1}{k_B T} \quad k_B = 8,6173324(78) \cdot 10^{-5} \text{ eV/K}$$

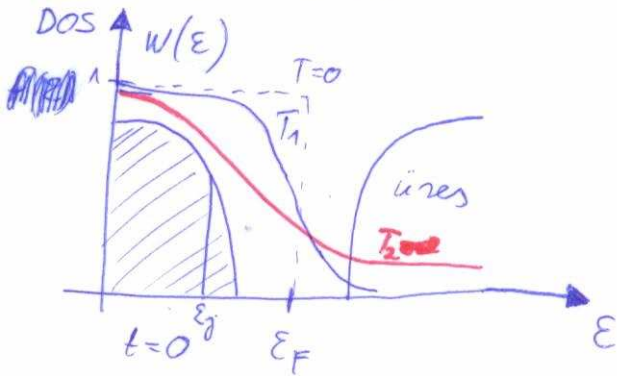
+ Fermi - részecske
- Bose - részecske

μ - kémiai potenciál

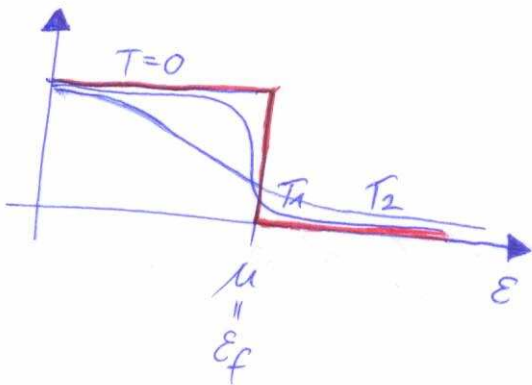
$f(\epsilon)$ - nek is jelölés Fermi - elegendő

DOS - density of states
állapotszámosság

ϵ_F - mindig a gap közepén van
első felvezetőzónában



$$n(\epsilon) = f(\epsilon)$$



ϵ_F - $T=0$ - nál egyenlő μ - vel

$\mu(T)$ - kémiai potenciál
hőmérsékletfüggő

$$T=0 < T_1 < T_2$$

$$W(\epsilon) \cdot f(\epsilon)$$

$T=0$ - nál minden állapot be lesz töltve
 $W(\epsilon)$

$T_1 \neq 0$ - átfolyás

példa: gap = 4 eV - feltöltés
Vezet-e szobahőmérsékleten?

$$\beta = \frac{1}{k_B T} = \frac{1}{0,025 \text{ eV}}$$

$$\frac{4 \text{ eV}}{2} \cdot e^{-\frac{2 \text{ eV}}{0,025 \text{ eV}} \cdot 10^{23}} \quad \text{- ennyi } e^- \text{ megy át szobahőmérsékleten}$$

$10^{-35} \cdot 10^{23}$ - nagyon kicsi, 0 a válasz, hogy egyik e^-
átmegy a másik helyre

ha 1 eV gap

↓ 10^{23} atom esetén
 10^{14} e^- megy át a másik sávba

Szimmetriák és megmaradási feltételek

1. Koordináta

$$x \rightarrow x' = x + a$$

$$\psi' = \psi(x+a) = T \psi(x)$$

$$(T\psi; T\psi) = (\psi; \psi)$$

$$T^\dagger T = 1 \quad - \text{unitér transzformáció} \quad T(a) \quad T(0) = I$$

$T(a) = ?$ Taylor-sorfejtés:

$$\psi(x+a) = \psi(x) + \frac{\partial \psi(x)}{\partial x} a + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 \psi(x)}{\partial x^2} a^2 + \dots$$

$$p_x = \frac{\hbar}{i} \frac{\partial}{\partial x} \rightarrow \psi(x+a) = \psi(x) + \frac{ia}{\hbar} p_x \psi - \frac{1}{2\hbar^2} a^2 p^2 \psi + \dots =$$
$$= \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n!} (a p_x)^n \psi(x) = e^{\frac{i}{\hbar} a p_x} \psi(x)$$

$$T(a) = e^{\frac{i}{\hbar} a p_x}$$

$$T(a) H \psi(x) = H(x+a, p_x) \psi(x+a) = H(x+a, p) \cdot T(a) \psi(x)$$

$$T(a) H(x, p) = H(x+a, p) T(a)$$

deriváljunk H szerint, a -t vegyük 0-nál utána

$$e^{\frac{i}{\hbar} a p} \cdot \frac{i}{\hbar} p H(x, p) = \frac{\partial H}{\partial (x+a)} \cdot e^{\frac{i}{\hbar} a p} + H(x+a, p) \cdot \frac{i}{\hbar} p_x e^{\frac{i}{\hbar} a p}$$

$$0 = \frac{\partial H}{\partial x} = \frac{i}{\hbar} [p_x, H] \quad \frac{dO}{dt} = \frac{i}{\hbar} (\psi, [H, O] \psi) \quad O = p_x$$

