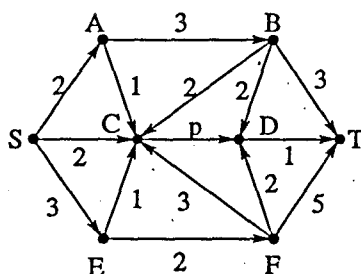
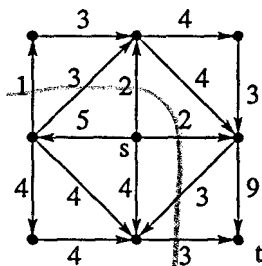


**Bevezetés a számításelméletbe II.**  
**Vizsgázárthelyi feladatok**  
**2001. június 13.**

1. Legyen  $G$  a  $V = \{p_1, p_2, \dots, p_{2001}\}$  ponthalmazon az a gráf, amelyben  $\{p_i, p_j\} \in E$  pontosan akkor teljesül, ha  $0 < |i - j| \leq 2$ . Határozzuk meg  $G$  élkromatikus számát, azaz  $\chi_e(G)$  értékét!
2. Legyen  $G_0$  egy irányított gráf. A  $G_1$  gráfot úgy kaptuk  $G_0$ -ból, hogy néhány él irányítását megfordítottuk. Jelölje  $B_0$ , illetve  $B_1$  a két gráf illeszkedési mátrixát (a csúcsokat és az éleket ugyanolyan sorrendben vettük mindkét esetben). Bizonyítsuk be, hogy  $B_0 B_0^T = B_1 B_1^T$ .
3. Állapítsuk meg, hogy a  $p$  paraméter függvényében mennyi a feladat elvégzéséhez minimálisan szükséges idő az alábbi PERT diagram által leírt munkafolyamatnál! Melyek a kritikus tevékenységek?



4. Az alábbi hálózatban adjunk meg egy maximális folyamot!



5. Az a pontú egyszerű  $G$  gráfban minden olyan  $a \neq b$  csúcsra melyek nincsenek éllel összekötve teljesül, hogy  $d(a) + d(b) \geq n + 1$ . Igazoljuk, hogy  $G$  minden  $e$  éléhez van  $e$ -n átmenő Hamilton-kör! ( $d(a)$  az  $a$  pont fokszámát jelöli.)
6. Bizonyítsuk be, hogy ha  $a$  egy páratlan pozitív egész szám, akkor  $a^4 - 26a^2 + 25$  osztható 64-gyel!
7. Oldjuk meg a  $168x \equiv 84 \pmod{48}$  kongruenciát!
8. Legyen  $G$  egy 2001 rendű csoport és  $g \in G$  egy 23-rendű eleme. Határozzuk meg  $g^2$  rendjét! (2001 prímfelbontása:  $2001 = 3 \cdot 23 \cdot 29$ )