

A *-gal jelölt feladatokból legalább 15 pontot el kell érni!

1*. feladat (6+6+6+6=24 pont)

$$\begin{array}{ll} a) \int_0^{\pi/2} \sin(2x) \cos^2(2x) dx =? & b) \int \frac{x+3}{x^2-x-2} dx =? \\ c) \int_{-\infty}^2 (x+2)e^x dx =? & d) \int \frac{x}{x^2+4x+4} dx =? \end{array}$$

2*. feladat (2+6=8 pont)

a) Mondja ki a Newton-Leibniz tételt!

b) Milyen p -re konvergens $\int_1^{\infty} \frac{1}{x^{p+1}} dx =?$ Állítását bizonyítsa!

3*. feladat (8 pont) Ábrázolja az alábbi görbék által határolt tartományt és számolja ki a területét:

$$y = x^3, y = 2 - x, y = 0.$$

4. feladat (10 pont)

Határozza meg algebrai alakban és ábrázolja a síkon a $z^4 = -16$ egyenlet összes komplex megoldását!

5. feladat (10 pont)

Igazolja a következő numerikus sorozatokra vonatkozó állítást!

$$a_n \xrightarrow{n \rightarrow \infty} A > 0 \implies \sqrt{a_n} \xrightarrow{n \rightarrow \infty} \sqrt{A}$$

6. feladat (4+6+10=20 pont)

a) Mondja ki a Lagrange középérték tételt!

b) Igazolja, hogy a $2x^2 - 3 \sin x$ függvénynek legfeljebb 2 valós gyöke lehet!

c) $\lim_{x \rightarrow 1} (1 + \sin(\pi x))^{\operatorname{ctg}(\pi x)} =?$

7. feladat (20 pont) Végezze el az $x^2 e^{-x}$ függvény teljes vizsgálatát (értelmezési tartomány, értékkészlet, lokális szélsőértékek, monotonitás, inflexiós pontok, konvexitás). Ábrázolja a függvényt!

IMSC feladat (14 IMSC pont)

Határozza meg az $a_n = \frac{n^2}{n^3+100}$ sorozat legnagyobb elemét.