

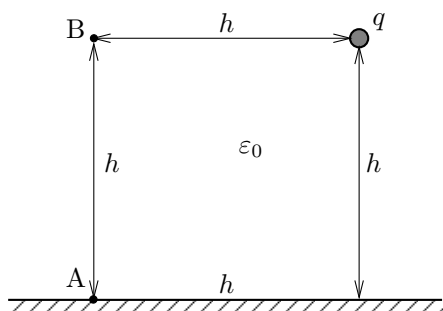
Név nagybetűvel:	Nagypéldák: /10 /10
Neptun-kód:	Kispéldák: /10
Hallgató aláírása:	Σ: /30

**Nagypéldák** – Az egyes feladatcsoportokat külön lapon, áttekinthetően dolgozza ki; a végeredményeket húzza alá. Minden esetben éljen a megengedhető „mérnöki” közelítésekkel.

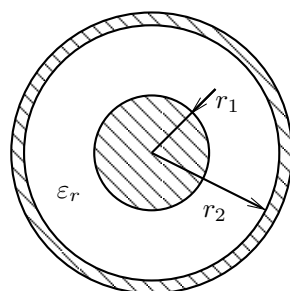
**I. példa.** Az ábra szerint egy nagy kiterjedésű, földelt fémsík felett a levegőben  $h = 12$  cm magasságban egy igen hosszú, egyenes vonaltöltés helyezkedik el. Az utóbbinak a hosszegységre vonatkozó töltéssűrűsége  $q = -5$  nAs/m.

- Vegyen fel olyan helyettesítő töltéselrendezést, amelynek elektromos mezeje (a fémsík feletti térrészben) megegyezik az eredeti vonaltöltés és a fémsík által létrehozott mezővel! (2 pont)
- Mekkora, és milyen irányú erő hat a vonaltöltés  $l = 2$  m hosszúságú szakaszára? (2 pont)
- Határozza meg a felületi töltéssűrűséget a lemez felszínén, az ábrán jelölt A pontban! (3 pont)
- Számítsa ki a potenciált a B pontban, ha a fémsík potenciálja 0. (3 pont)

ábra az I. példához



ábra a II. példához



**II. példa.** Egy gömbkondenzátor belső elektródájának sugara  $r_1 = 5$  mm, külső elektródájának belső sugara  $r_2 = 10$  mm (l. ábra). A szigetelőanyag dielektromos állandója  $\epsilon_r = 3,2$ .

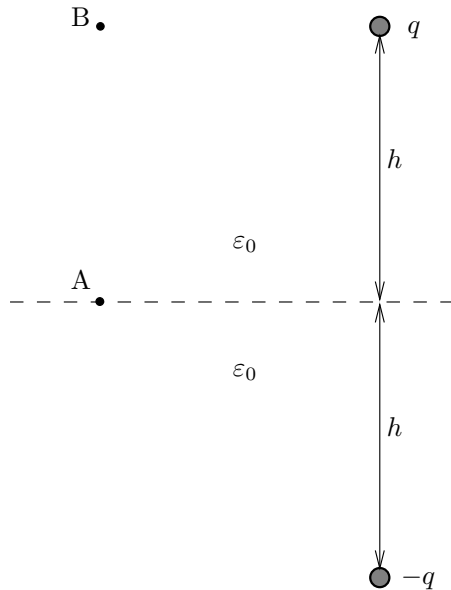
- Határozza meg a kondenzátor kapacitását! (2 pont)
- Mennyi a kondenzátorban tárolt energia, ha  $U_0 = 100$  V feszültségre van töltve? (1 pont)
- Legfeljebb mekkora feszültség kapcsolható a kondenzátorra annak tönkremenetele nélkül, ha szigetelőanyagának átütési szilárdsága  $E_{\max} = 2$  MV/m? (4 pont)
- Mekkora szivárgási áram folyik az  $U_1 = 2$  kV feszültségű kondenzátoron, ha a szigetelőanyag fajlagos vezetőképessége  $\sigma = 10^{-13}$  S/m? (3 pont)

**Kispéldák** – Kérjük, külön lapon dolgozza ki. Az eredményeket paraméteres alakban kell megadni, és nem kell rávezetni a feladatlapra.

- Elektrosztatikus térben az A és B pontok között (tetszőleges úton)  $\int_A^B \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = U$ . Fejezze ki a B pont  $\phi_B$  potenciálját az A pont  $\phi_A$  potenciáljával! (1 pont)
- Írja fel az elektrosztatika Poisson-egyenletének homogén közegre érvényes alakját, és nevezze meg az abban szereplő mennyiségeket! (2 pont)
- Homogén közegben három véges méretű elektróda van. Töltésük  $Q_1, Q_2$  és  $Q_3$ , potenciáljuk  $\phi_1, \phi_2$  és  $\phi_3$  (a 0 potenciál a végtelenben van). Fejezze ki ezekkel az elektromos tér energiáját! (1 pont)
- A  $\sigma$  fajlagos vezetőképességű talajban egy  $r_0$  sugarú földelő gömb helyezkedik el. A gömb középpontja a felszíntől  $h = 5r_0$  mélységben van. Adja meg a földelési ellenállást! (3 pont)
- Egy  $\Omega$  térrészben folyó stacionárius áram hatására disszipált hőteljesítmény  $P$ . A térrész köbtartalma  $V$ , a közeg fajlagos vezetőképessége  $\sigma$ . Jelölje  $J_{\max}$  az áram-sűrűség maximális nagyságát a térrészben. Fejezze ki  $J_{\max}$  legkisebb lehetséges értékét! (3 pont)

- Ponttöltés tere:  $\phi(r) = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r}, \quad E_r(r) = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2}$
- Végtelen egyenes vonaltöltés tere:  $\phi(r) = \frac{q}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{r_{\text{ref}}}{r}, \quad E_r(r) = \frac{q}{2\pi\epsilon_0 r}$
- Fizikai állandók:  $\epsilon_0 = 8,854 \cdot 10^{-12} \frac{\text{As}}{\text{Vm}}, \quad \mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{Vs}}{\text{Am}}$

**I. példa.** Az ábra szerint egy nagy kiterjedésű, földelt fémsík felett a levegőben  $h = 12$  cm magasságban egy igen hosszú, egyenes vonaltöltés helyezkedik el. Az utóbbinak a hosszegységre vonatkozó töltéssűrűsége  $q = -5$  nAs/m.



a) Vegyen fel olyan helyettesítő töltéselrendezést, amelynek elektromos mezeje (a fémsík feletti térrészben) megegyezik az eredeti vonaltöltés és a fémsík által létrehozott mezővel! (2 pont)

b) Mekkora, és milyen irányú erő hat a vonaltöltés  $l = 2$  m hosszúságú szakaszára? (2 pont)

$$F = \frac{q^2 l}{2\pi\epsilon_0 \cdot 2h} = 3,75 \mu\text{N} \quad (1 \text{ p})$$

Az erő vektora függőlegesen lefelé mutat. (1 p)

c) Határozza meg a felületi töltéssűrűséget a lemez felszínén, az ábrán jelölt A pontban! (3 pont)

$$\sigma_A = D_y = -\sqrt{2} \frac{q}{2\pi \cdot \sqrt{2}h} = \frac{-q}{2\pi h} = 6,63 \text{ nAs/m}^2 \quad (3 \text{ p})$$

(előjelhiba -1 pont)

d) Számítsa ki a potenciált a B pontban, ha a fémsík potenciálja 0. (3 pont)

$$\phi_B = \frac{q}{2\pi\epsilon_0} \left( \ln \frac{h}{h} - \ln \frac{h}{\sqrt{5}h} \right) = \frac{q}{2\pi\epsilon_0} \ln \sqrt{5} = -72,4 \text{ V} \quad (3 \text{ p})$$

**II. példa.** Egy gömbkondenzátor belső elektródájának sugara  $r_1 = 5$  mm, külső elektródájának belső sugara  $r_2 = 10$  mm (l. ábra). A szigetelőanyag dielektromos állandója  $\epsilon_r = 3,2$ .

a) Határozza meg a kondenzátor kapacitását! (2 pont)

$$C = \frac{4\pi\epsilon_0\epsilon_r}{1/r_1 - 1/r_2} = 3,56 \text{ pF} \quad (2 \text{ p})$$

b) Mennyi a kondenzátorban tárolt energia, ha  $U_0 = 100$  V feszültségre van töltve? (1 pont)

$$W = \frac{1}{2} C U_0^2 = 17,8 \text{ nJ} \quad (1 \text{ p})$$

c) Legfeljebb mekkora feszültség kapcsolható a kondenzátorra annak tönkremenetele nélkül, ha szigetelőanyagának átütési szilárdsága  $E_{\text{max}} = 2$  MV/m? (4 pont)

A dielektrikumban a teret egy a középpontba helyezett  $Q = CU$  ponttöltéssel számoljuk. (1 p)  
Adott feszültségnél a maximális térerősség mindig az  $r_1$  sugáron lép fel. (1 p)  
Átütéskor:  $E_{\text{max}} = \frac{C U_{\text{max}}}{4\pi\epsilon_0\epsilon_r} \cdot \frac{1}{r_1^2} \rightarrow U_{\text{max}} = 5,0 \text{ kV} \quad (2 \text{ p})$

d) Mekkora szivárgási áram folyik az  $U_1 = 2$  kV feszültségű kondenzátoron, ha a szigetelőanyag fajlagos vezetőképessége  $\sigma = 10^{-13}$  S/m? (3 pont)

Az elektrosztatika és a stacionárius áramlás analógiájából a vezetés:  
 $G = \frac{\sigma}{\epsilon_0\epsilon_r} C = 0,013 \text{ pS} \quad (2 \text{ p})$   
Innen az áram:  $I = G U_1 = 25 \text{ pA} \quad (1 \text{ p})$

## Kis példák

1. Elektrosztatikus térben az A és B pontok között (tetszőleges úton)  $\int_A^B \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = U$ .  
Fejezze ki a B pont  $\phi_B$  potenciálját az A pont  $\phi_A$  potenciáljával! (1 pont)

$$\phi_B = \phi_A - U \quad (1 \text{ p})$$

2. Írja fel az elektrosztatika Poisson-egyenletének homogén közegre érvényes alakját, és nevezze meg az abban szereplő mennyiségeket! (2 pont)

$$\Delta\phi = -\frac{\rho}{\varepsilon} \quad (1 \text{ p})$$

Mennyiségek megnevezése: (1 p)

$\phi$  – elektrosztatikus skalárpotenciál

$\rho$  – térfogati töltéssűrűség

$\varepsilon$  – a közeg permittivitása

3. Homogén közegben három véges méretű elektróda van. Töltésük  $Q_1$ ,  $Q_2$  és  $Q_3$ , potenciáljuk  $\phi_1$ ,  $\phi_2$  és  $\phi_3$  (a 0 potenciál a végtelenben van). Fejezze ki ezekkel az elektromos tér energiáját! (1 pont)

$$W_e = \frac{1}{2}(Q_1\phi_1 + Q_2\phi_2 + Q_3\phi_3) \quad (1 \text{ p})$$

4. A  $\sigma$  fajlagos vezetőképességű talajban egy  $r_0$  sugarú földelő gömb helyezkedik el. A gömb középpontja a felszíntől  $h = 5r_0$  mélységben van. Adja meg a földelési ellenállást! (3 pont)

$$\text{Az } I \text{ áramú földelő gömb potenciálja (tükrözéssel): } \phi = \frac{I}{4\pi\sigma} \left( \frac{1}{r_0} + \frac{1}{10r_0} \right) \quad (2 \text{ p})$$

$$\text{Innen a földelési ellenállás } R = \frac{\phi}{I} = 1,1 \cdot \frac{1}{4\pi\sigma r_0} \quad (1 \text{ p})$$

5. Egy  $\Omega$  térrészben folyó stacionárius áram hatására disszipált hőteljesítmény  $P$ . A térrész köbtartalma  $V$ , a közeg fajlagos vezetőképessége  $\sigma$ . Jelölje  $J_{\max}$  az áram-sűrűség maximális nagyságát a térrészben. Fejezze ki  $J_{\max}$  legkisebb lehetséges értékét!

(3 pont)

$$P = \int_{\Omega} \frac{J^2}{\sigma} d\Omega \quad (1 \text{ p})$$

A legkisebb értéket akkor kapjuk, ha a térrészben  $|\mathbf{J}| = J_{\max} = \text{állandó}$ , (1 p)

$$\text{ekkor } J_{\max} = \sqrt{\frac{\sigma P}{V}} \quad (1 \text{ p})$$