DIGITÁLIS MODULÁCIÓS ELJÁRÁSOK – TULAJDONSÁGAIK

Digitális összeköttetés – általános modell:

Forrás	illesztő	Közeg	illesztő	Nyelő
$\Downarrow$	$\Downarrow$	$\Downarrow$	$\Downarrow$	
$\Downarrow$	$\Downarrow$	most: rádió vagy vezeték	$\Downarrow$	
digitális jel	illesztés: mod		dem	

Digitális jel definíciója:

véges számú (M db) jelalak ($s_i(t)$)

mindegyik *véges ideig* tart (T vagy T_S)

a vevő ismeri őket

(így feladata: *döntés*)

(Megjegyzések:

- maguk a források: M=2; jelalak: NRZ;
- a különböző jelalakok: különböző modulációk.)

Minőségi paraméterek (t.k. összesen 2):

a döntés hibás, hibaarány;

jelenség: $\hat{s}_i(t) \neq s_i(t)$

mérőszám: $P_E \hat{=} \Pr\{\hat{s}_i = s_{k \neq i} | s_i\}$ (hívják BER-nek is)

rossz időzítés, jitter vagy dzsitter;

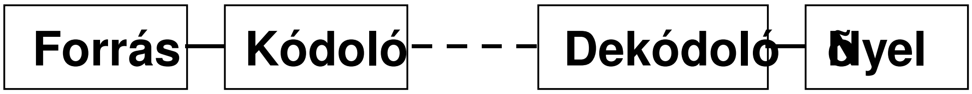
jelenség: $\hat{T} \neq T$ (a jel időtartamát rosszul érzékrljük)

mérőszám: $J = \left|\hat{T} - T\right|_{P-P}$

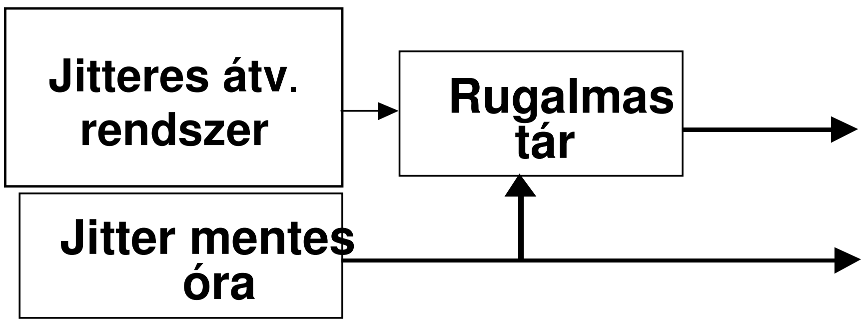
Digitális átvitel (egyedülálló) tulajdonsága: mindkettő javítható

P_E: kódolással; J: jitter-csökkentővel

KO:



Jitter:



A két minőségi paraméter, cifrázva:

BER helyett BLER (Block ER),

csomaghiba, csomag-vesztés

továbbá: ES (Errored Seconds),

SES (Severly, Errored Seconds),

UNAV (Unavailability)

Valamint: megengedhető. J;

kimenő J;

J-átviteli fv.;

csúszás (slip)

Nagyságrendek: J<T 5%-a

P_E (kódolással) 10^{-9}, 10^{-6}, 10^{-3}

Hibák (P_E, J) okai:

zaj-interferencia – közeg vagy berendezés
lineáris torzítás – közeg vagy berendezés
nemlineáris torzítás – berendezés
szinkronizációs hiba, – berendezés
stb.

Példák a jelalakokra (modulációra):

bináris információ: vivőfr. *amplitúdójában*, ASK, Ampl. Shift Keying:

$$s_1(t) = \sqrt{2}A\cos\omega_c t;$$
$$s_2(t) = 0$$

bináris információ: vivőfr. *fázisában*, PSK, Phase. Shift Keying:

$$s_1(t) = \sqrt{2}A\cos\omega_c t;$$
$$s_2(t) = \sqrt{2}A\cos(\omega_c t + \pi) = -s_1(t)$$

megjegyzés: az ilyet (s_2=-s_1) *antipodáis* jelkészletnek hívják;

és még: ez *elnyomott vivőjű* jel (nincs $\delta(\omega-\omega_c)$ összetevő)

bináris információ: vivőfr. *frekvenciájában*, FSK, Frequency Shift Keying:

$$s_1(t) = \sqrt{2}A\cos\omega_c t;$$
$$s_2(t) = \sqrt{2}A\cos(\omega_c t + \delta\omega t)$$

megjegyzés: ha $\delta\omega=2\pi/T$: *ortogonális* jelkészlet.

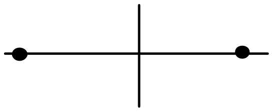
Vektoriális ábrázolás:

(Megjegyzés: lehet teljesen általánosan, tetszőleges jelalakokkal; mi – FSK kivételével – csak *egyetlen* frekv.; de akkor: szokásos *fazor*os ábrázolás.)

A fenti példák:

ASK:

PSK:



FSK:

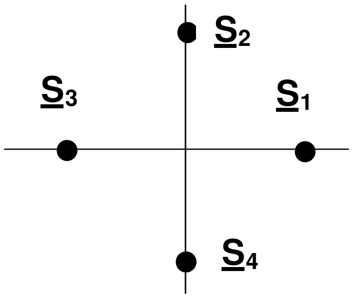
M>2 példák:

QPSK **M=4, D=1**

$$s_1(\mathrm{t}) = \sqrt{2}\,A\cos\omega_c t$$

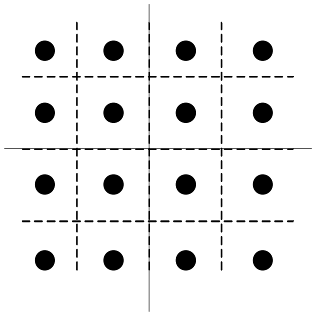
$$s_2(\mathrm{t}) = \sqrt{2}\,A\sin\,\omega_c t$$

$$s_3 = -s_1 ; s_2 = -s_4$$



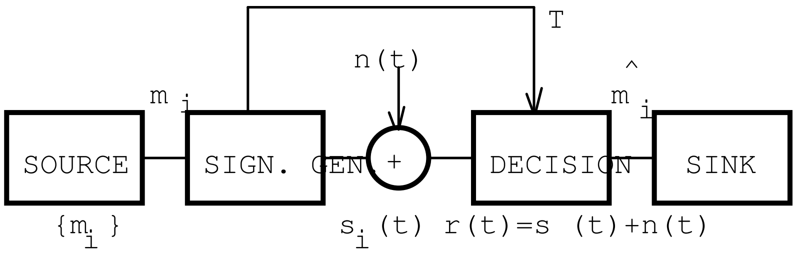
MQAM:

$$s_i(t) = Aa\cos\omega_c t - Aq\sin\omega_c t; a,q = \pm\frac{2k-1}{\sqrt{M}-1}; k = 1,3,\ldots,\frac{\sqrt{M}}{2}$$



Egyedülálló jelek additív zajban

a. Modell



M-állapotú forrás (*m* lehetséges üzenet) *a-priori* valószínűségeket ismerjük (P_i)

(Látni fogjuk: M>2-nek is van értelme)

m_i hatására a jelgenerátor: $s_i(t)$; $i = 1,\ldots,$M $m_i \Leftrightarrow s_i(t)$; (kölcsönös-egyértelmű kapcsolat)

mindegyik T ideig tart ($\in (0,T)$

véges energiájú $\int_0^T [s_i(t)]^2 dt = E_i < \infty$

A zaj: *additiv* (úgy rajzoltuk)

fehér ($S_n(\omega) = N_0/2$; $N_0 = F.k_B T_0$); F: zajtényező)

0 várható értékű

Gaussi

$$(p_n(n) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_n} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{n}{\sigma_n}\right)^2 \right]; \sigma_n = ?$$

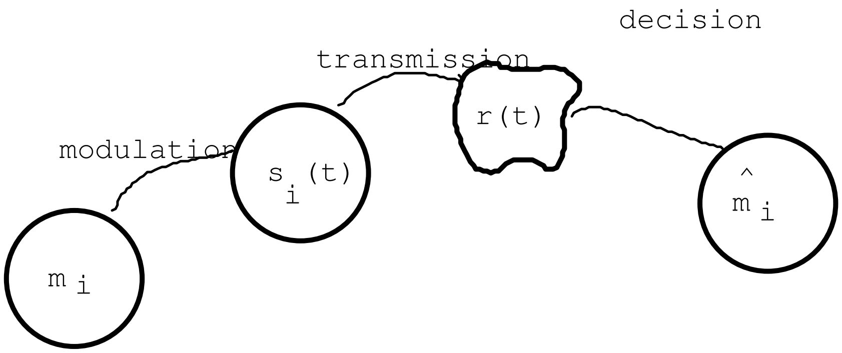
stacionárius (σ_n=konst.)

(Megjegyzés: a zaj spektruma precízen:

$$S_n(\omega) = \frac{hf}{e^{\frac{hf}{k_B T}} - 1} = \begin{cases} k_B T; \dfrac{hf}{k_B T} << 1; \text{(elektromos)} \\ 0; \dfrac{hf}{k_B T} > (>) 1;\ \text{(optikai)} \end{cases})$$

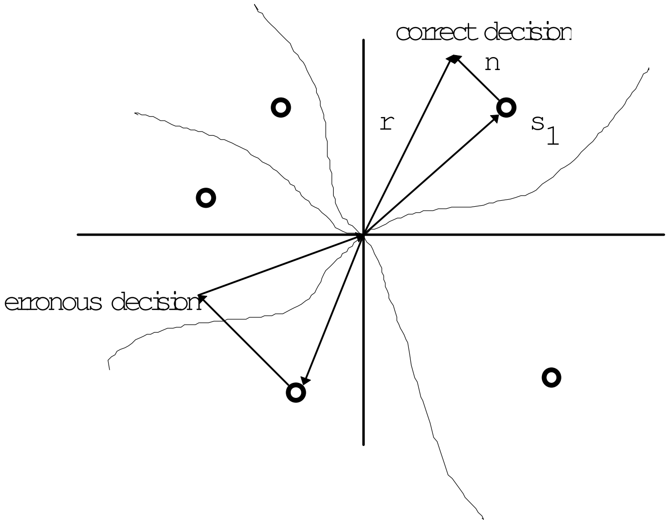
b Döntés, döntési szabály, optimális döntési szabály

Döntés: csak *r(t)* alapján végezhetjük – az az egy, amit ismerünk:



Döntés: minden $r(t)$-höz egy $s_i(t) \Rightarrow m_i^{\wedge}$

Más szóval: a teret felosztani:



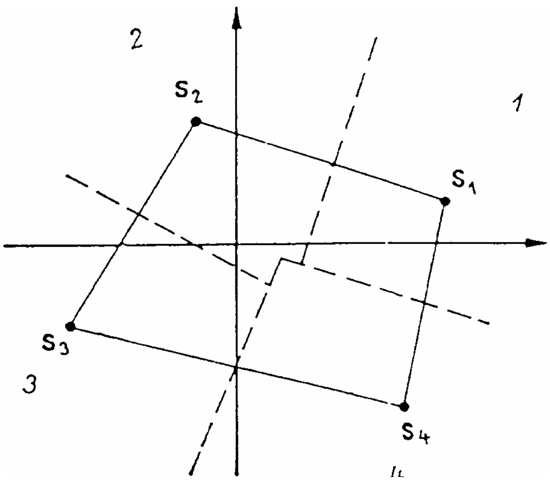
kérdés: mi az (opt., azaz legkisebb hibaarányú) döntési szabály?

az optimális vevőben mennyi a P_E?

Kimutatható: ha P_i állandó (=1/M, esetünkben egyelőre 1/2)

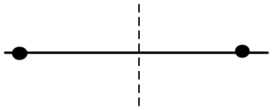
P_E = min, ha a *közelebbi* (M>2 esetében a legközelebbi) javára döntünk.

Pl.: tetszőleges jelvektorok esetén:

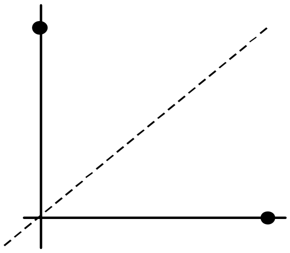


(Szaggatott vonalak: döntési tartomány határa)

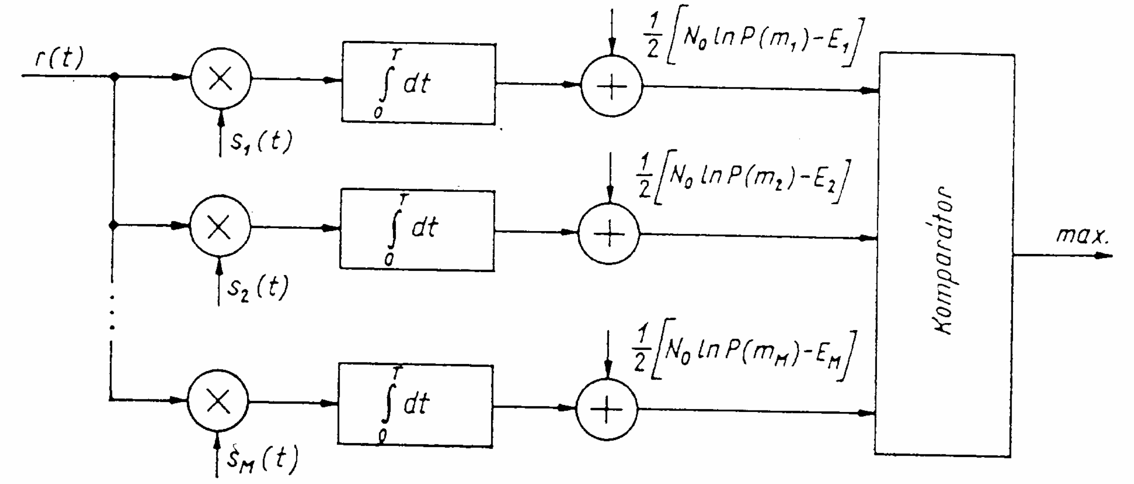
Vagy: mondjuk PSK-nál:



(Ortogonális) FSK-nál:



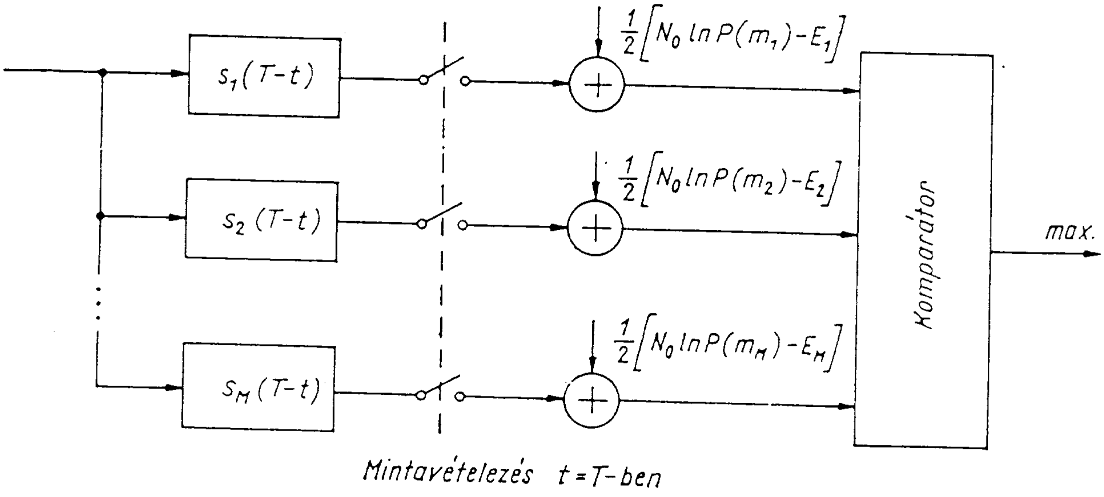
Megvalósítás: korrelációs vevő



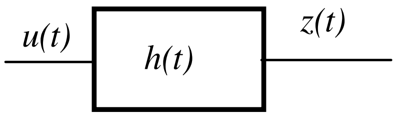
(E_i: i-edik jel *energiája,* a modellnél láttuk

P_i itt $P(m_i)$-nek van jelölve)

Korr. vevővel egyenértékű: illesztett szűrős:



(Ha meg akarod mutatni, hogy egyenértékűek:

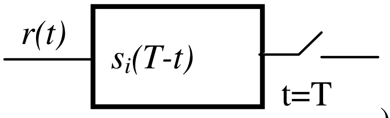


$$z(t)=u(t)*h(t)$$

Nálunk:

$$\int_0^T r(t)s_i(t)dt=\int_{-\infty}^{\infty} r(\tau)s_i(\tau)d\tau=\int_0^T r(\tau)s_i(T-(t-\tau))d\tau\Big|_{t=T}$$

vagyis:



)

c. Hibaarány az optimális vevőben

Helyes döntés valószínűsége:

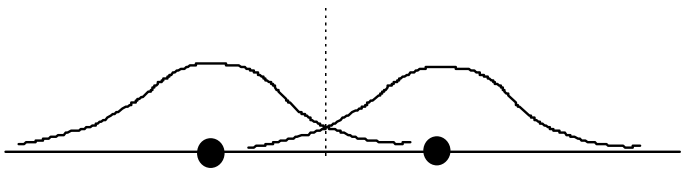
P_C=Pr{benne van a megfelelő tartományban}; $P_E=1-P_C$

$$P_C(s_i)=\int_{(V_i)} p(\underline{r}|\underline{s_i})dv;\; P_C=\sum_{i=1}^{M} P_i \int_{(V_i)} p(\underline{r}|\underline{s_i})dv$$

↙ ↘

felt. val. (s_i-t adtuk) teljes val.

Pl.: BPSK, antipodális (Közvetlenül lehet, nem kell előbb P_C)



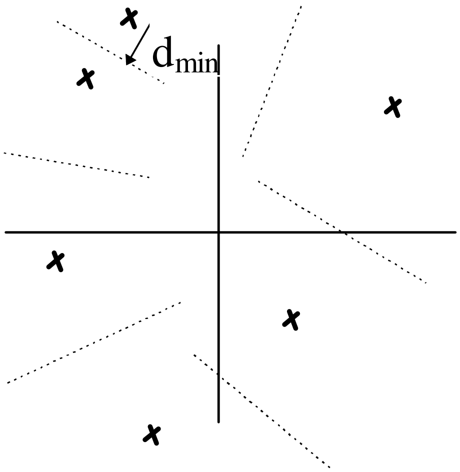
$$P_E=\int_{-\infty}^{0}\frac{1}{\sqrt{\pi N_0}}\exp\left[-\frac{\left(r-\sqrt{E}\right)^2}{N_0}\right]dr=\frac{1}{2}\operatorname{erfc}\sqrt{\frac{E}{N_0}}$$

$$\operatorname{erfc} x=\frac{2}{\sqrt{\pi}}\int_x^{\infty}e^{-u^2}du\sim\frac{1}{x\sqrt{\pi}}e^{-x^2}$$

Pl. $P_E=10^{-6}\Rightarrow E/N_0\approx 10{,}5$ dB; 1dB/nagyságrend

Más jelkészletnél: integrálni a döntési tartományokra

Általános közelítés 2D (egyetlen vivőfrekvenciás) jelkészletnél:



Meghatározó: d_{min}; így felső korlát: $P_E \approx \frac{1}{2} \mathrm{erfc} \frac{d_{min}}{\sqrt{N_0}}$

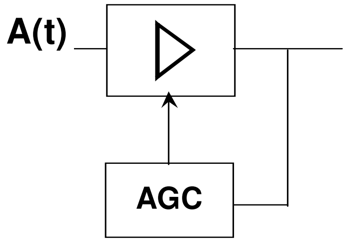
d. A vivőfrekvenciás átvitel speciális problémái

Eddig nem vettük figyelembe: a vivőnek 3 paramétere:

$$v(t) = \underline{\underline{\underline{A}}}.m(t)\cos\left[\underline{\underline{\underline{\omega_c}}} t + \vartheta(t) + \underline{\underline{\underline{\Phi}}}\right]$$

Jelalak (komplex burkolója) $m(t)e^{j\vartheta(t)}$ – persze ismerjük;

A: változik – de szabályozható, u.n. AGC:



(nagy *A*: *G*-t vissza; kis *A*: nagy *G*; erősítő kimenő jele állandó – vagyis ismert, *A*-tól függetlenül)

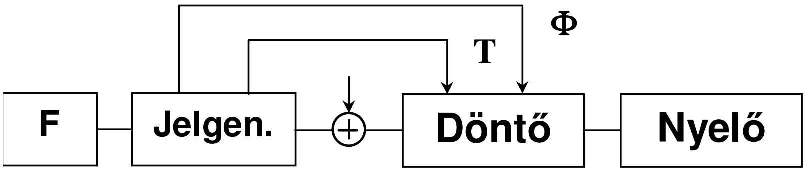
ω_c változik – ha elég stabil: fázissal együtt kezelhető, l. lent:

Φ: változik – szabályozzuk, *koherens*

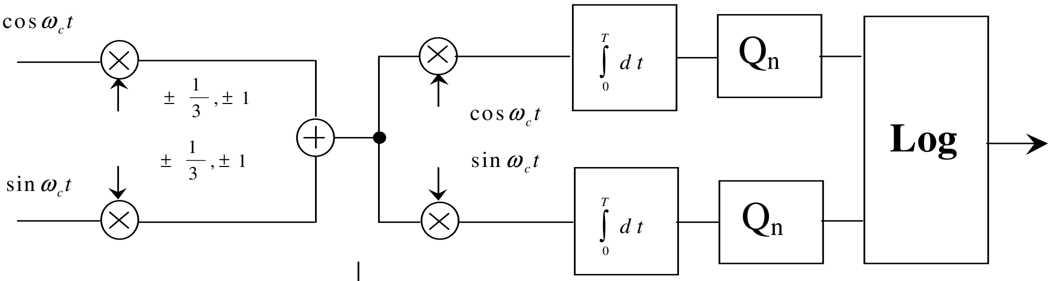
vagy nem: *nem-koherens*

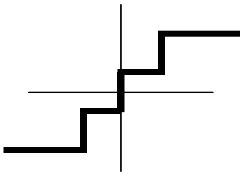
Nem koh.: egyszerűbb, de a fázis nem hordozhat információt (PSK; QAM; kivéve: FSK, ASK)

Koh.: ismerni kell a fázist- vagyis átvinni:



Ha koherens - kicsit konkrétabb felépítés; Pl. QAM (16-QAM)



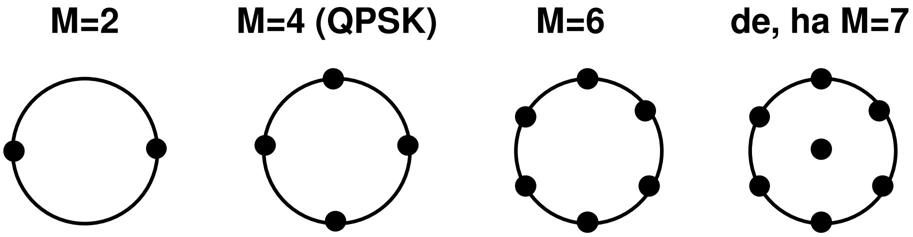


e. Optimális jelkészlet

P_E csökken ha a jeleket messzebb így – persze – E-t növelve P_E csökken

Nem-triviális optimalizálás: hogyan legmesszebb ha E_{max} adott?

Ha (egyetlen) vivőfrekvenciás jel:



Vagyis: M>6 esetén: amplitúdó *és* fázis modulálva;

Optimális: egyenlőoldalú háromszög-rács (méhsejt)

Nem sokkal rosszabb: négyzetes rács (vagyis QAM)

f. Az elfoglalt frekvenciasáv (W) – ennek csökkentése

Véges idejű jel által (gyakorlatilag) elfoglalt frekvenciasáv: kb = 1/T

Rádióban: W a legdrágább - sokszor csökkenteni kell.

ehhez: T-t növelni;

de ha a forrás minden T-ben kiad egy újat,

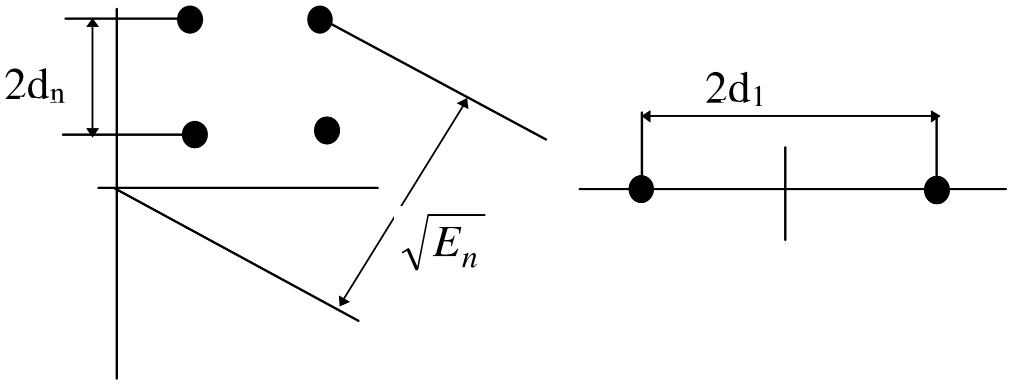
egyetlen módszer: n bitet – egy szimbolumba

$(T_n = n.T)$; akkor: $M = 2^n$ és $W_n = W_{n=1}/n$

Ha M>2: azonos E-nél a pontok közelebb így megnő P_E

Vagy hogy ne nőjön: E-t meg kell növelni

Pl. QAM



$$d_n = \frac{\sqrt{E_n}}{\left(\sqrt{M}-1\right)\sqrt{2}} \qquad\qquad d_1 = \sqrt{E_1}$$

$d_n = d_1 \Rightarrow \dfrac{\sqrt{E_n}}{\left(\sqrt{M}-1\right)\sqrt{2}} = \sqrt{E_1}$, vagy $\dfrac{P_n}{P_1} = \dfrac{2\left(2^{n/2}-1\right)^2}{n}$ és $\dfrac{W_n}{W_1} = \dfrac{1}{n}$

(azaz: W lineárisan csökkenthető – tetszőlegesen – mialatt P közel exponenciálisan nő)

És még:

$$\frac{\left(C/N\right)_n}{\left(C/N\right)_1} \approx \frac{P_n/\left(N_0.1/nT\right)}{P_1/\left(N_0.1/T\right)} = \frac{nP_n}{P_1}\left(=\frac{E_n}{E_1}\right)$$

Spec: n=2 (2QAM=QPSK)

$\dfrac{P_n}{P_1} = \dfrac{2\left(2^1-1\right)}{2} = 1; \dfrac{W_n}{W_1} = 1/2$: W a fele lett, ingyen