ANALÍZIS (2), B kurzus — **ÖSSZEVONT VIZSGADOLGOZAT** — **2001. június. 14.**

Műszaki Informatika szak — Munkaidő: 90 perc

I. rész

1) Feladat (8 pont).
Számítsa ki az
$z = 12 - (x^2 + y^2)$ és a $z = 3$
felületek által határolt korlátos térrész térfogatát!

2) Feladat (16 pont).
Határozza meg a $\beta > 0$ paraméter értékét úgy, hogy az

$$u = e^{2x}\cos(\beta y) + x^3 - 3xy^2 = \mathrm{Re} f$$

legyen, ahol f reguláris a komplex síkon!
Im $f = ?$, $\qquad f'(1 + j\frac{\pi}{2}) = ?$

3) Feladat (14 pont).

a) Vezesse le az $\ln(z)$ kiszámítására tanult képletet!
Oldja meg az $e^{3x} = je$ egyenletet!

b)

$$\oint_{|z+5j|=3} \frac{e^{3x}}{z-3} dz = ?$$

II. rész

1) Feladat (15 pont).
$x = e^t$ helyettesítéssel oldja meg az

$$x^2 y'' - 3xy' + 13y = x$$

differenciálegyenletet!

2) Feladat (18 pont).
Definiálja az egyenletes konvergencia és az uniform normában való konvergencia fogalmát! Milyen kapcsolatban vannak egymással? Mondja ki és bizonyítsa be a tanult tételt!

3) Feladat (17 pont).
Definiálja a binomiális sort! (Térjen ki a binomiális együttható értelmezésére is!)
Mi a sor konvergencia sugara? Állítását bizonyítsa be!
Vezesse le az $f(x) = \arcsin(x), x_0 = 0$ Taylor sorfejtését!

4) Feladat (20 pont).
Mondja ki a totális deriválhatóságra tanult elégséges tételt! Állítását bizonyítsa be!

5) Feladat (15 pont).
Definiálja $\int_L f(z)dz$ fogalmát!
Ismertesse a kiszámítására tanult tételt!
$\int_L e^{z\overline{z}} dz = ?$ (L: -2j-től 2j-ig)

6) Feladat (15 pont).
Ismertesse a Cauchy-féle integrálformulát!
Állítását bizonyítsa be!

(pdf by eMBi)