

X=0
□=1
O=2

A feladatiagra csak a megoldást írja fel!

1. Egy belépő, abszolút integrálható FI jel Laplace-transzformáltja $X(s) = \frac{2}{(s+4)^2}$. Adja meg ennek a jelnek a sávzélességét, ha az amplitúdóspektrum maximumánál 20 dB-lel kisebb értékeket tekintjük elhanyagolhatónak!

$$\Delta_\omega = \sqrt{304} \approx 17,44$$

2. Adja meg a $H(s) = (s+1)/((s+3-4j)(s+3+4j))$ átviteli függvényű rendszer pólusait és zérusait! Mit mondhatunk az ugyanezen pólusokkal rendelkező diszkrét idejű rendszer stabilitásáról?

$$z_1 = -1, p_{1,2} = -3 \pm 4j \quad \text{A DI rendszer nem stabil.}$$

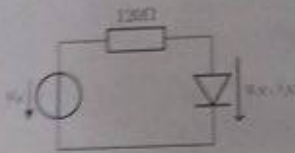
3. Egy $x(t)$ jelre $x(t) = 10$, ha $t < 0$ és $x(t) = 10e^{-2t}$, ha $t > 0$. Adja meg a jel Laplace-transzformáltját!

$$X(s) = \frac{10}{s+2}$$

4. Egy FI rendszer átviteli függvénye $H(s) = \frac{3e^{-4s}}{s+5}$. Adja meg a rendszer impulzusválaszát!

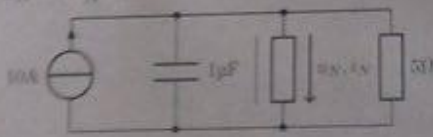
$$h(t) = 3\delta(t-4) + 15e^{-(t-4)}e^{-5(t-4)}$$

5. Adja meg [V.A] egységekben a dióda munkaponti feszültségének meghatározására szolgáló egyenletet, ha $u_s(t) = [3 + 0,01 \cos(2\pi 200t)]$ V, $i_N = I_s \left(\exp\left(\frac{u_N}{u_T}\right) - 1 \right)$, $I_s = 10^{-7}$ A, $u_T = 2,6 \cdot 10^{-2}$ V!



$$120 \cdot 10^{-7} \left(e^{\frac{u_N}{2,6 \cdot 10^{-2}}} - 1 \right) + u_N - 3 = 0$$

6. Az alábbi hálózatban a nemlineáris ellenállás karakterisztikája [V, A] egységekben $u_N = 6i_N^2$. Számítsa ki i_N értékét!



$$i_N = -3,33 \text{ A}; i_N = 2,5 \text{ A}$$

7. Az előző feladat hálózata által reprezentált rendszer gerjesztése az áramforrás általános $i_s(t)$ árama, válassza az $u_N(t)$ feszültség. Jelölje be a hálózatban az állapotváltozó(k) (k) t, és adja meg az állapotváltozás leírás kanonikus alakját, valamint az idő egységét!

$x=0$
 $y=1$
 $y=2$

is választással $u'_C = -0,2u_C - i_N + i_s; u_N = u_C$

8. Egy DI rendszer gerjesztése $u[k] = \left(\frac{1}{3}\right)^k \cdot \varepsilon[k]$, impulzusválasza $h[k] = \frac{1}{3} \cdot \delta[k-1]$. Adja meg a rendszer választát a $k=6$ ütemben!

$$y[6] = \left(\frac{1}{3}\right)^5 \cdot \frac{1}{3} = 5,487 \cdot 10^{-3}$$

9. Adja meg a rendszeregyenletével adott rendszer választát $u[k] = 3 \cdot \delta[k]$ gerjesztésre a $k=1$ és közelítőleg a $k=100$ ütemekre! (2 pont)
 $y[k] - \frac{1}{4} \cdot y[k-1] = u[k] - \frac{1}{100} u[k-1]$.

$$y[1] = 18/25 = 0,72 \quad y[100] \approx 0$$

10. Egy DI rendszer rendszermátrixának karakterisztikus polinomja $\lambda^2 + 0,8\lambda + b$, ahol b valós paraméter. b függvényében adja meg a rendszer aszimptotikus stabilitásának feltételét! $-0,2 < b < 1$

11. Adja meg a $h[k] = \delta[k-1] + \delta[k] + \delta[k+1]$ impulzusválaszú rendszer átviteli függvényét!

$H(z)$ nem létezik, mert a rendszer nem kauzális.

12. Mit tudunk a p_1 és p_2 pólusokról, ha a $H(z) = 1/[(z-p_1)(z-p_2)]$ alakban adott rendszer impulzusválasza egy periodikus és egy exponenciálisan lecsengő időfüggvény szorzata? A pólusok komplexek, nem nulla valós és képzetes résszel.

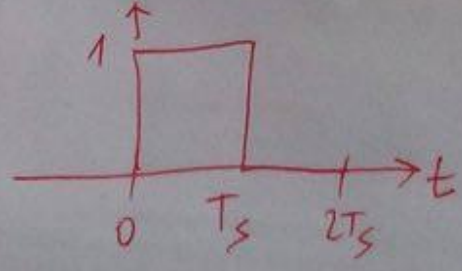
13. Egy $L=4$ periódusú DI jel komplex Fourier-együtthatói: $X_0^C = 2, X_1^C = 1 + j, X_2^C = 1$. Adja meg a jel valós Fourier-sorát!

$$x[k] = 2 + 2\sqrt{2} \cos(k\pi/2 + \pi/4) + \cos(k\pi) = 2 + 2\sqrt{2} \cos(k\pi/2 + \pi/4) + (-1)^k$$

14. Egy FIR-típusú DI rendszer impulzusválasza $h[k] = \delta[k] + 3\delta[k-1] + \delta[k-2]$. Adja meg a rendszer fáziskarakteristikáját!

$$\varphi(\vartheta) = -\vartheta$$

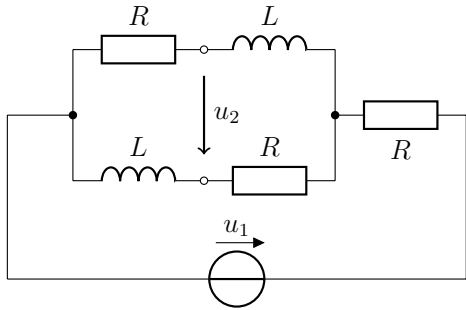
15. Rajzolja fel a nulladrendű tartó impulzusválaszát, ha a mintavételi idő T_s !
 $h(t) = \varepsilon(t) - \varepsilon(t - T_s)$



...alakját, valamint az idő egységét!

MEGOLDÓKULCS

1. Az ábrán látható hálózat által reprezentált rendszer gerjesztése a forrásfeszültség, válasza a bejelölt u_2 feszültség.



a) Adja meg a rendszer átviteli függvényét *normálalakban!*

Pl. feszültségosztással, kihasználva, hogy a „híd” eredő operátoros impedanciája

$$Z = (R + sL) \times (R + sL) = \frac{sL + R}{2},$$

$$U_s(s) = \frac{\frac{sL+R}{2}}{\frac{sL+R}{2} + R} \left[\frac{sL}{sL + R} - \frac{R}{sL + R} \right]$$

(2 pont)

$$H(s) = \frac{sL + R}{sL + 3R} \frac{sL - R}{sL + R} = \frac{s - R/L}{s + 3R/L}$$

(2 pont)

A paraméterek valamely értéke mellett, $[V, k\Omega, mH]$ egységekkel koherens rendszerben az átviteli függvény

$$H(s) = \frac{8s - 16}{s^2 + 16s + 48}.$$

A továbbiakban ezzel számoljon!

b) Vázolja a pólus-zérus elrendezést!

$$H(s) = 8 \frac{s - 2}{(s + 4)(s + 12)}$$

$$z_1 = 2; p_1 = -4; p_2 = -12$$

(1 pont)

c) Bontsa fel az átviteli függvényt egy mindentáteresztő és egy minimálfázisú átviteli függvény szorzatára!

$$H_{MA}(s) = K_1 \frac{s - 2}{s + 2}$$

(1 pont)

$$H_{MF}(s) = K_2 \frac{s + 2}{(s + 4)(s + 12)}$$

(1 pont)

d) Számítsa ki a rendszer impulzusválaszát!

$$H(s) = \frac{A}{s + 4} + \frac{B}{s + 12}$$

$$A = \frac{(8s - 16)}{(s + 12)} \Big|_{s=-4} = -6$$

(1 pont)

$$B = \frac{(8s - 16)}{(s + 4)} \Big|_{s=-12} = 14$$

(1 pont)

$$h(t) = -6\varepsilon(t)e^{-4t} + 14\varepsilon(t)e^{-12t} \mu s^{-1}$$

(1 pont)

e) Határozza meg a választ, ha a gerjesztés $u(t) = [2 + 5 \cos(10t)]$ V, ahol $[t] = \mu s$!

$$\omega = 0 : \bar{U}_0 = 2; \bar{H}_0 = -16/48 = -1/3; \bar{Y}_0 = -6V$$

(2 pont)

$$\omega = 10 : \bar{U}_1 = 5; \bar{H}_1 = \frac{80j - 16}{160j - 52} = 0,482 - 0,057j = 0,49 \exp(-j0,116);$$

$$\bar{Y}_1 = 2,425 \exp(-j0,116) = 2,425 \exp(-j6,7^\circ);$$

(2 pont)

$$y(t) = \left[-\frac{2}{3} + 2,425 \cos(10t - 0,116) \right] V$$

(1 pont)

2. Jelfolyamhálózatával adott egy DI rendszer.

a) Adja meg a rendszer állapotváltozós leírását normálalakban!

$$x_1[k+1] = 0 \cdot x_1[k] + 0 \cdot x_2[k] + c \cdot x_3[k] + 1 \cdot u[k] \quad (1 \text{ pont})$$

$$x_2[k+1] = 0 \cdot x_1[k] + 0 \cdot x_2[k] + bc \cdot x_3[k] + b \cdot u[k] \quad (1 \text{ pont})$$

$$x_3[k+1] = 1 \cdot x_1[k] + 1 \cdot x_2[k] + ac \cdot x_3[k] + a \cdot u[k] \quad (1 \text{ pont})$$

$$y[k] = 0 \cdot x_1[k] + 1 \cdot x_2[k] + 0 \cdot x_3[k] + 0 \cdot u[k] \quad (1 \text{ pont})$$

b) Adja meg a rendszer átviteli függvényét normálalakban!

$$X_2(z) = bX_1(z)$$

$$zX_1(z) = cX_3(z) + U(z)$$

$$zX_3(z) = X_1(z) + X_2(z) + acX_3(z) + aU(z)$$

(2 pont)

$$H(z) = \frac{bz}{z^2 - ac \cdot z - (c + bc)}$$

(2 pont)

A paraméterek bizonyos értékei mellett a rendszer átviteli függvénye

$$H(z) = \frac{z}{z^2 + 0,7z + 0,1}$$

A továbbiakban ezzel számoljon!

c) Adja meg a rendszer átviteli karakterisztikáját normálalakban, vagy indokolja, ha az nem létezik!

Pólusok:

$$p_1 = -0,2; p_2 = -0,5 \quad |p_i| < 1 \rightarrow \text{G - Vstabil!}$$

Pólusok kiszámítása 0,5 pont, stabilitásvizsgálat 0,5 pont.

$$H(e^{j\vartheta}) = \frac{e^{-j\vartheta}}{1 + 0,7e^{-j\vartheta} + 0,1e^{-2j\vartheta}} \quad (1 \text{ pont})$$

e) Számítsa ki a rendszer ugrásválaszát!

$$U(z) = \mathcal{Z}\{\varepsilon[k]\} = \frac{z}{z-1}$$

$$H(z) = \frac{z}{(z+0,2)(z+0,5)}$$

$$Y(z) = H(z) \cdot U(z) = \frac{z}{(z+0,2)(z+0,5)} \cdot \frac{z}{z-1} = z \left(\frac{A}{(z-1)} + \frac{B}{(z+0,2)} + \frac{C}{(z+0,5)} \right) =$$

(1 pont)

$$A = \frac{z}{(z+0,5)(z+0,2)} \Big|_{z=1} = 0,556 = \frac{5}{9}$$

(1 pont)

$$B = \frac{z}{(z-1)(z+0,5)} \Big|_{z=-0,2} = 0,556 = \frac{5}{9}$$

(1 pont)

$$C = \frac{z}{(z-1)(z+0,2)} \Big|_{z=-0,5} = -1,11 = -\frac{10}{9}$$

(1 pont)

$$y[k] \equiv g[k] = \mathcal{Z}^{-1}\{Y(z)\} = \varepsilon[k] \cdot (0,556 + 0,556(-0,2)^k - 1,11(-0,5)^k)$$

illetve ezzel ekvivalens

$$y[k] = \varepsilon[k-1] \cdot \left(\frac{5}{9} - \frac{1}{9}(-0,2)^{k-1} + \frac{20}{9}(-0,5)^{k-1} \right)$$

$$y[k] = \varepsilon[k-1] \cdot (0,556 - 0,11(-0,2)^{k-1} + 0,55(-0,5)^{k-1})$$

(1 pont)