

Felsőbb Matematika 1. ZH 2011-10-24

1. Írjuk fel az

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 2 & 6 \\ 3 & 2 \\ 6 & -3 \end{bmatrix}$$

mátrix

- (a) szinguláris felbontását és
(b) QR-felbontását, valamint az
(c) oszlopterére való merőleges vetítés mátrixát! (5 pont)

2. Legyen

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}.$$

Számítsuk ki az $e^{\mathbf{A}}$ mátrixot! (4 pont)

3. Számítsuk ki az

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 2 & 6 & 4 \\ 0 & -2 & 8 \\ 0 & 1 & -9 \end{bmatrix}$$

mátrix LDU-felbontását! Hasonló-e az \mathbf{A} mátrix az így kapott \mathbf{D} -hez? (3 pont)

4. Határozzuk meg az alábbi egyenletrendszer legkisebb normájú optimális megoldását! (3 pont)

$$\begin{aligned} x + z &= 4 \\ y + z &= 4 \\ x + y + 2z &= 5 \end{aligned}$$

5. Döntsük el, hogy az

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & 3 & 0 \\ 0 & 3 & 1 & 0 \\ 3 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{C} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{D} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 9 \\ 8 & 0 & 7 \\ 0 & 6 & 0 \end{bmatrix}$$

mátrixok közül melyik primitív! (3 pont)

6. Invertálható-e az alábbi mátrix, ha α , β és γ három tetszőleges valós szám? (2 pont)

$$\begin{bmatrix} \pi & \cos \alpha & \cos \beta & \cos \gamma \\ \sin \alpha & \pi & \cos \alpha & \cos \beta \\ \sin \beta & \sin \alpha & \pi & \cos \alpha \\ \sin \gamma & \sin \beta & \sin \alpha & \pi \end{bmatrix}$$

7. Legyenek az $m \times n$ -es \mathbf{A} mátrix pozitív szinguláris értékei $\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_r$. Határozzuk meg az $(m+n) \times (m+n)$ -es \mathbf{X} mátrix sajátértékeit, ha

$$\mathbf{X} = \begin{bmatrix} \mathbf{O}_m & \mathbf{A} \\ \mathbf{A}^T & \mathbf{O}_n \end{bmatrix},$$

ahol a blokkmátrix főátlójában négyzetes zérusmátrixok állnak. (5* pont)