

1. feladat (20 pont)

Határozza meg az

$$y' \cdot \ln y = \frac{\operatorname{ctg} x}{y}$$

differenciálegyenlet általános megoldását az $x \in (0, \pi)$, $y \in (0, \infty)$ tartományon! (Elég az implicit alak.)

2. feladat (25 pont)

Határozza meg a következő differenciálegyenlet általános megoldását!

$$y'' - 4y' + 4y = 3e^{2x}$$

3. feladat (30 pont)

Határozza meg a következő differenciálegyenlet adott kezdőfeltételt kielégítő megoldását (explicit alakban)!

$$y' \cdot \sqrt{1+x^2} - e^{\sqrt{1+x^2}} = xy, \quad y(0) = 5e$$

4. feladat (15+10=25 pont)

Vizsgálja meg konvergencia szempontjából a következő sorokat!

$$a) \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{\sqrt{n+5}}{n}, \quad b) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{(n+2)n}}$$

IMSC feladat (6 IMSC pont)

Egy színültig tele, téglatest alakú medence $T_1 = 2$ h alatt ürül ki, ha kinyitják a medence alján található leeresztő csapot. Az üres medence $T_2 = 3$ h alatt telik meg, ha kinyitják a medence tetején található beömlő csapot. Nagyon hosszú idő múlva a medence hányad része lesz tele vízzel, ha a kiömlő nyílás és a beömlő csap is egyszerre nyitva van?

(A beömlés sebessége egyenletes. A kifolyás sebessége arányos a medencében levő víz magasságának négyzetgyökével.)