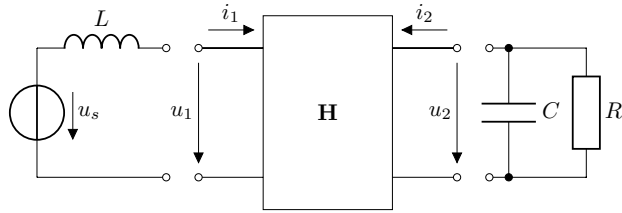


JAVÍTÓKULCS

1. példa. Egy rezisztív, *reciprok* kétkapu hibrid karakterisztikája

$$H = \begin{bmatrix} 2 \text{ k}\Omega & 0,5 \\ -0,5 & 0,5 \text{ mS} \end{bmatrix}$$



a) Adja meg a kétkapu T helyettesítőképét, és a benne szereplő ellenállások értékeit! (4 pont)

V, mA, kΩ, mS egységekben:  
 $u_1 = 2i_1 + 0,5u_2$   
 $i_2 = -0,5i_1 + 0,5u_2$        $u_2 = i_1 + 2i_2$  (1 p)  
 $u_1 = 2,5i_1 + i_2 = (R_a + R_b)i_1 + R_b i_2$        $R_a = 1,5 \text{ k}\Omega,$   
 $u_2 = i_1 + 2i_2 = R_b i_1 + (R_b + R_c)i_2$        $R_b = 1 \text{ k}\Omega$   
 $R_c = 1 \text{ k}\Omega$  (3 p)

A kétkaput az ábrán látható módon kétpólusokkal zárjuk le. A forrásfeszültség  $u_s = \varepsilon(t)15 \text{ V}$ ,  $L = 0,25 \text{ mH}$ ,  $R = 5 \text{ k}\Omega$ ,  $C = 0,2 \text{ nF}$ . A hálózat által reprezentált rendszer gerjesztése  $u_s$ , válasza az  $i_2$  áram. A további feladatokat akár a helyettesítőkép, akár a kétkapu-karakterisztika alapján megoldhatja, azonban a két megoldásból csak egy vehető figyelembe.

b) Adja meg a megadott egységekkel koherens időegységet! Jelölje az ábrán a rendszer állapotváltozóit referenciáirányukkal. Adja meg a rendszer állapotváltozós leírását. (10 pont)

V, mA, kΩ, mS, mH, μs, nF egységrendszer. Állapotváltozók:  $u_C \downarrow, i_L \rightarrow$

Az idő egysége: μs (1 p)

1. megoldás:

$$i_1 = i_L, \quad u_2 = u_C, \quad u_1 = 2i_L + 0,5u_C, \\ i_2 = -0,5i_L + 0,5u_C. \quad (4 \text{ p})$$

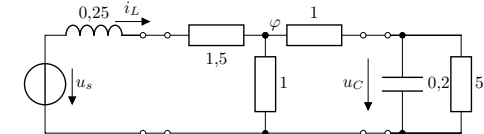
$$C\dot{u}_C = -\frac{u_C}{R} - i_2 \quad 0,2u'_C = -0,2u_C - 0,5u_C + 0,5i_L$$

$$L\dot{i}_L = u_s - u_1 \quad (2 \text{ p}) \quad 0,25i'_L = -0,5u_C - 2i_L + u_s$$

$$u'_C = -3,5u_C + 2,5i_L$$

$$i'_L = -2u_C - 8i_L + 4u_s$$

$$i_2 = 0,5u_C - 0,5i_L \quad (3 \text{ p})$$



2. megoldás:

$$-i_L + \frac{\varphi}{1} + \frac{\varphi - u_C}{1} = 0 \quad \varphi = 0,5u_C + 0,5i_L$$

$$(4 \text{ p}) \quad 0,2u'_C = -\frac{u_C}{5} + \frac{\varphi - u_C}{1}$$

$$0,25i'_L = u_s - (\varphi + 1,5i_L) \quad (3 \text{ p})$$

$$u'_C = -3,5u_C + 2,5i_L$$

$$i'_L = -2u_C - 8i_L + 4u_s$$

$$i_2 = 0,5u_C - 0,5i_L \quad (2 \text{ p})$$

c) Adja meg az  $u_1, u_2$  és  $i_1, i_2$  mennyiségek kezdeti ( $t = +0$ -beli) értékét! (2 pont)

$$i_1(+0) = i_L(+0) = 0, \quad u_2(+0) = u_C(+0) = 0, \quad u_1(+0) = 2i_1(+0) + 0,5u_2(+0) = 0,$$

$$i_2(+0) = -0,5i_1(+0) + 0,5u_2(+0) = 0$$

d) Adja meg az  $u_1, u_2$  és  $i_1, i_2$  mennyiségek vég- ( $t \rightarrow \infty$ -beli) értékét! (4 pont)

1. megoldás  $\lim_{t \rightarrow \infty} u_C(t) = U$  (állandó),  $\lim_{t \rightarrow \infty} i_L(t) = I$  (állandó), deriváltjaik nullák, ezért

$$0 = -3,5U + 2,5I$$

$$0 = -2U - 8I + 60 \quad (2 \text{ p})$$

$$0 = -13,2U + 60 \quad U = u_{2\infty} = \frac{60}{13,2} = \frac{50}{11} \approx 4,55 \text{ V}, \quad I = i_{1\infty} = \frac{3,5U}{2,5} = \frac{7}{5} \cdot \frac{50}{11} = \frac{70}{11} \approx 6,36 \text{ mA} \quad u_{1\infty} = 2I + 0,5U = \frac{165}{11} = 15 \text{ V}$$

$$i_{2\infty} = -0,5I + 0,5U = -\frac{10}{11} \approx -0,909 \text{ mA} \quad (2 \text{ p})$$

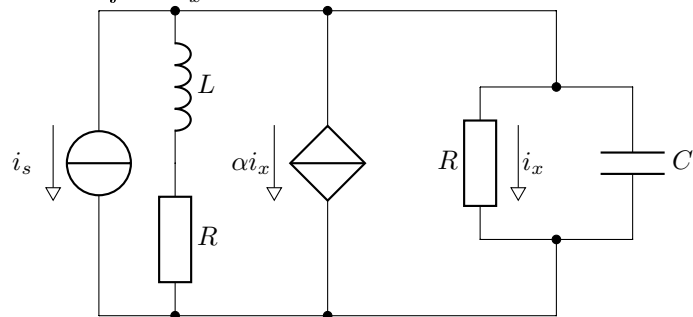
2. megoldás:

$$u_{1\infty} = 15 \text{ V}, \quad i_{1\infty} = \frac{15}{1,5 + \frac{5}{7}} = \frac{105}{16,5} = \frac{70}{11} \approx 6,36 \text{ mA}$$

$$i_{2\infty} = -i_{1\infty} \frac{1}{7} = -\frac{10}{11} \approx -0,909 \text{ mA},$$

$$u_{2\infty} = -5i_{2\infty} = \frac{50}{11} \approx 4,55 \text{ V} \quad (4 \text{ p})$$

2. **példa.** Az ábrán látható hálózat által reprezentált rendszer gerjesztése az  $i_s$  forrásáram, válasza a bejelölt  $i_x$  áram.



a) Számítsa ki a rendszer átviteli karakterisztikáját normálalakban! (8 pont)

Az alsó csp. potenciálja 0, a felső  $\Phi$ .

$$\bar{I}_s + \frac{\Phi}{j\omega L + R} + \alpha \bar{I}_x + \frac{\Phi}{R} + \Phi j\omega C = 0, \quad / \cdot (j\omega L + R) \quad \bar{\Phi} = \bar{I}_x R \quad (5 \text{ p})$$

$$\bar{I}_x [R + (j\omega CR + \alpha + 1)(j\omega L + R)] = -\bar{I}_s (j\omega L + R)$$

$$\bar{I}_x = -\bar{I}_s \frac{j\omega L + R}{(j\omega)^2 CLR + j\omega [CR^2 + L(1 + \alpha)] + (\alpha + 2)R}$$

az átviteli karakterisztika normálalakja:

$$H(j\omega) = -\frac{j\omega \frac{1}{CR} + \frac{1}{CL}}{(j\omega)^2 + j\omega \left[ \frac{R}{L} + \frac{1 + \alpha}{CR} \right] + \frac{2 + \alpha}{CL}} \quad (3 \text{ p})$$

**Ha  $R = 2 \text{ k}\Omega$  és  $C = 0,5 \mu\text{F}$ , a rendszer átviteli karakterisztikája**

$$H(j\omega) = \frac{j\omega + 4}{(j\omega)^2 + 5,25j\omega + 9}$$

$[\omega] = \text{krad/s}$ . **A forrásáram időfüggvénye**

$$i_s(t) = [12 \cos \omega_0 t] \text{mA}, \quad \omega_0 = 3 \text{krad/s.}$$

b) Adja meg  $i_x$  időfüggvényét! (5 pont)

$$H(j\omega)|_{\omega=3 \text{krad/s}} = \frac{4+j3}{j^{15,75}} = 0,3175e^{-j0,9273} \quad (-53,13^\circ) \quad (3 \text{ p})$$

$$i_x(t) = [3,81 \cos(\omega_0 t - 0,93)] \text{mA} \quad (2 \text{ p})$$

c) Határozza meg a párhuzamos RC-tag hatásos és meddő teljesítményét! (7 pont)

$$\bar{U}_{RC} = \bar{I}_x R, \quad \bar{I}_{RC} = \bar{U}_{RC} \left( \frac{1}{R} + j\omega C \right) = \bar{I}_x (1 + j\omega CR) \quad (3 \text{ p})$$

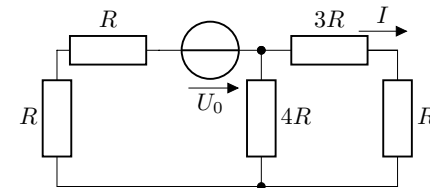
$$\bar{S}_{RC} = \frac{1}{2} \bar{U}_{RC} \bar{I}_{RC}^* = \frac{1}{2} \bar{I}_x R \bar{I}_x^* (1 - j\omega CR) = \frac{1}{2} |\bar{I}_x|^2 R (1 - j\omega CR) \quad (2 \text{ p})$$

$$\bar{S}_{RC} = (14,51 - j43,54) \text{mVA}, \quad P_{RC} = 14,51 \text{mW}, \quad Q_{RC} = -43,54 \text{mvar} \quad (2 \text{ p})$$

A végeredményt jól olvashatóan írja fel a feladatlpra. Minden jó válasz 2 pontot ér.

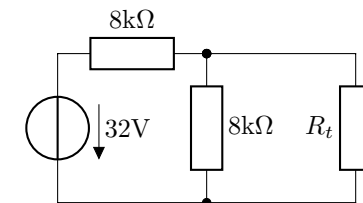
1. Adja meg az  $I$  áram értékét!

$$I = -\frac{U_0}{8R}$$



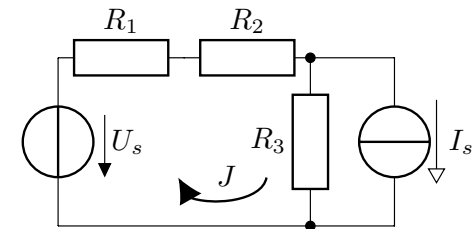
2. Mekkora lehet  $R_t$  maximális teljesítménye?

$$P_{\max} = 16 \text{mW}$$



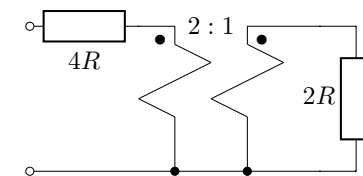
3. A feszültségforrás árama megegyezik a berajzolt  $J$  hurokárammal. Fejezze ki a  $J$  hurokáramot ismert  $U_s$ ,  $I_s$ ,  $R_1$ ,  $R_2$ ,  $R_3$  paraméterekkel!

$$J = \frac{U_s + I_s R_3}{R_1 + R_2 + R_3}$$



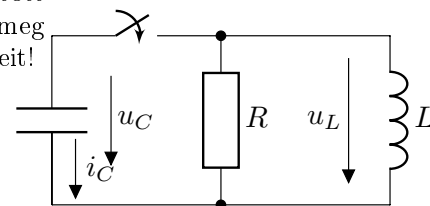
4. Határozza meg a kétpólus eredő ellenállását!

$$R_e = 12R$$



5. Az  $U_0$  feszültségre töltött kondenzátort ( $u_C = U_0$ , ha  $t < 0$ ) tartalmazó hálózatban az addig nyitott kapcsolót a  $t = 0$  időpillanatban zárjuk. Adja meg a bejelölt  $i_C$  és  $u_L$  mennyiségek kezdeti értékeit!

$$i_C(+0) = -\frac{U_0}{R} \quad u_L(+0) = U_0$$



6. Egy rendszer állapotváltozós leírásának normálalakja V, k $\Omega$ , nF egységekkel koherens rendszerben  $x'(t) = -5x(t) + u(t)$ ,  $y(t) = 2x(t) - 3u(t)$ . Adja meg a rendszer időállandójának az értékét!

$$\tau = 0,2 \mu\text{s}$$

7. Egy elsőrendű rendszer impulzusválasza adott  $R, C$  értékek mellett  $h(t) = \varepsilon(t) \frac{1}{C} e^{-\frac{t}{RC}}$ . Adja meg a rendszer ugrásválaszát!

$$g(t) = \varepsilon(t) R \left( 1 - e^{-\frac{t}{RC}} \right)$$

8. Egy másodrendű rendszer karakterisztikus polinomja  $P(\lambda) = \lambda^2 + 3\lambda + 6$ , ahol  $[\lambda] = \mu\text{s}^{-1}$ . Aszimptotikusan stabil-e a rendszer? Indokolja válaszát!

$$\text{Igen, Hurwitz-polinom, ill. } \lambda_{1,2} = (-1,5 \pm \sqrt{3,75}) \mu\text{s}^{-1} \text{ negatív valósrésztű}$$

9. Egy rendszer átviteli karakterisztikája  $H(j\omega) = \frac{j\omega}{j\omega+10}$ ,  $[\omega] = \text{krad/s}$ ,  $H(j\omega)$  dimenzió nélküli. Adja meg az amplitúdókarakterisztika értékét  $\omega = 10 \text{ krad/s}$  körfrekvencián! Fejezze ki az értéket dB-ben is!

$$K(\omega) = \frac{1}{\sqrt{2}}, k(\omega) = -3 \text{ dB}$$

10. Egy periodikus feszültségjel periódusa 50 ms, Fourier-polinomja  $u(t) = \left[ 10 + 25 \cos(\omega_0 t + \frac{\pi}{6}) + 9 \cos(2\omega_0 t - \frac{\pi}{5}) \right] \text{ V}$ . Mekkora feszültség effektív értéke?

$$U_{\text{eff}} = 21,28 \text{ V}$$