Villamosmérnök alapszak Fizika2	1.	2.	3.	4.	M	E1	E2	E3	E4.	E5	B	Összes
1. vizsga dolgozat, 2019. máj. 29.												
*iMSc pontok**	i	i	i	i	---	---	---	---	---	----		i

*A fizika2 vizsgán összesen 10 iMSc pont gyűjthető az 1. - 4. számú számítási feladatok ***IMSC)***-vel jelölt feladatrészeinek fakultatív megoldásával. Ezen feladatrészek kiértékelését csak akkor végezzük el, ha a hallgató a zh-n legalább 85%-os eredményt ért el. Az iMSc pontok a zh megoldásával gyűjtött pontszámhoz nem adódnak hozzá. A gyűjtött iMSc pontok a hallgatót a BME-VIK által meghatározott kedvezményekre jogosíthatják.

NÉV: ______________________________ **Neptun kód:** ____________________

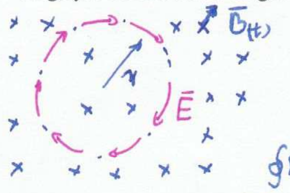
Előadó: Márkus / Sarkadi

1. Adott egy R sugarú, N menetű, l hosszúságú szolenoid tekercs, melyben $I(t)=at$ függvény szerint egyenletesen növeljük az áram erősségét, ahol a pozitív konstans. Feltételezzük, hogy $l>>R$

a) Határozza meg a mágneses indukció $B(t)$ nagyságát a tekercs belsejében az idő függvényében! (1)

Szolenoid belsejében kialakuló homogén tér: $B_{(t)} = \frac{\mu_0 N I_{(t)}}{l} = \boxed{\frac{\mu_0 N a t}{l}}$

b) Vegyünk fel a tekercs belsejében egy r sugarú gyűrűt, melynek tengelye egybeesik a tekercs tengelyével. Határozza meg az elektromos tér nagyságát a gyűrű kerületén! (1,5)

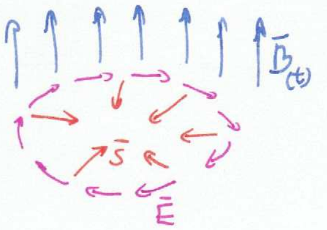


Faraday-féle indukciós tv.: $\oint \bar E\, d\bar r = -\frac{d\Phi}{dt}$

$\Phi_{(t)} = \int \bar B\, d\bar A = A\cdot B_{(t)} = r^2\pi\cdot\frac{\mu_0 N a t}{l} \Rightarrow \frac{d\Phi}{dt} = \frac{\mu_0 N a r^2\pi}{l}$

$\underset{\text{(forgásszimmetria)}}{\oint \bar E\, d\bar r = 2r\pi E} \Rightarrow 2\pi r E = \frac{\mu_0 N a r^2\pi}{l} \Rightarrow \boxed{E_{(r)} = \frac{\mu_0 N a r}{2l}}$

c) Vázlatosan rajzolja le a tekercs belsejében kialakuló mágneses és elektromos és mezőket, valamint a Poynting-vektor mezőt is! (1,5) Határozza meg a tekercs belsejében kialakuló Poynting-vektorok nagyságát a hely és az idő függvényében! (1)



$\bar S = \frac{1}{\mu_0}\bar E\times\bar B \qquad \bar E\perp\bar B \Rightarrow |\bar S| = \frac{1}{\mu_0}EB$

$S = \frac{1}{\mu_0}\cdot\frac{\mu_0 N a r}{2l}\cdot\frac{\mu_0 N a t}{l} = \boxed{\frac{\mu_0 N^2 a^2 r t}{2l^2}}$

IMSC) Mutassa meg, hogy a Poynting-vektor tekercs palástjára vett integrálja megegyezik a tekercset tápláló áramforrás pillanatnyi teljesítményével! (2,5)

$\int_{\text{Palást}} \bar S\, d\bar A = A_{\text{palást}}\cdot|\bar S| = 2\pi r\cdot l\cdot\frac{\mu_0 N^2 a^2 r t}{2l^2} = \frac{\mu_0\pi N^2 a^2 r^2 t}{l}$ = ✓

$P = I\cdot U = I\cdot L\cdot\frac{dI}{dt} = \underbrace{at}_{I}\cdot\underbrace{\frac{\mu_0 N^2 r^2\pi}{l}}_{L}\cdot\underbrace{a}_{\frac{dI}{dt}} = \frac{\mu_0\pi N^2 a^2 r^2 t}{l}$

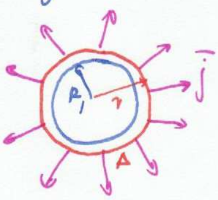
2. Egy gömbkondenzátor két koncentrikus fém gömbhéjból áll, melyek R_1 és R_2 sugarúak. ($R_1 < R_2$) A kondenzátort Q_0 töltéssel látjuk el.

a) Írja fel a gömbhéjak közt kialakuló elektromos tér $E(r)$ nagyságát a gömbök középpontjától mért r távolság függvényében! (1) Határozza meg a gömbök közti potenciálkülönbséget! (1)

Gömbszimmetria miatt: $E(r)=\frac{Q_0}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{1}{r^2}$ $\quad U=-\int_{R_2}^{R_1} E\,dr=\frac{Q_0}{4\pi\varepsilon_0}\int_{R_1}^{R_2}\frac{1}{r^2}\,dr=\boxed{\frac{Q_0}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{R_1}-\frac{1}{R_2}\right)}$

b) A gömbhéjak közti teret σ vezetőképességű anyaggal töltjük ki. Írja fel a kialakuló árammező $j(r)$ áramsűrűségét megadó függvényt! (0,5) Mekkora ellenállás mérhető a két fémgömb között? (1)

$\bar{j}=\sigma\cdot\bar{E} \Rightarrow \boxed{j=\frac{\sigma Q_0}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{1}{r^2}}$



$I=\int\bar{j}\,d\bar{A}=j\,A_{gömb}=\frac{\sigma Q_0}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\cdot 4\pi r^2=\frac{\sigma Q_0}{\varepsilon_0}$

$R=\frac{U}{I}=\frac{\frac{Q_0}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{R_1}-\frac{1}{R_2}\right)}{\frac{\sigma Q_0}{\varepsilon_0}}=\boxed{\frac{1}{4\pi\sigma}\left(\frac{1}{R_1}-\frac{1}{R_2}\right)}$

c) Tegyük fel, hogy a $t=0$ időpillanatban a kondenzátor töltése $Q(t=0)=Q_0$ volt. Határozzuk meg az áram megindulását követő pillanatban a kondenzátor töltésének dQ/dt idő szerinti deriváltját! (0,5) Határozzuk meg a kisebb, R_1 sugarú gömb felszínén mérhető térerősség dE/dt idő szerinti deriváltját az áram megindulását követő időpillanatban! (0,5) Mekkora a fegyverzetek közt az eltolási áram nagysága? (1)

$\boxed{\frac{dQ}{dt}=-I=-\frac{\sigma Q_0}{\varepsilon_0}}$ $\quad E(t)=\frac{Q(t)}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{1}{R_1^2}$ $\quad \frac{dE}{dt}=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0 R_1^2}\cdot\frac{dQ}{dt}=-\frac{1}{4\pi\varepsilon_0 R_1^2}\cdot\frac{\sigma Q_0}{\varepsilon_0}$

$\boxed{\frac{dE}{dt}=-\frac{\sigma Q_0}{4\pi\varepsilon_0^2 R_1^2}}$ $\quad \Phi_E=\int\bar{E}\,d\bar{A}=E\cdot A_{gömb}=E\cdot 4\pi R_1^2 \Rightarrow \frac{d\Phi_E}{dt}=4\pi R_1^2\cdot\frac{dE}{dt}=-\frac{\sigma Q_0}{\varepsilon_0^2}$

$I_{elt}=\varepsilon_0\cdot\frac{d\Phi_E}{dt}=-\varepsilon_0\cdot\frac{\sigma Q_0}{\varepsilon_0^2}=\boxed{-\frac{\sigma Q_0}{\varepsilon_0}}$

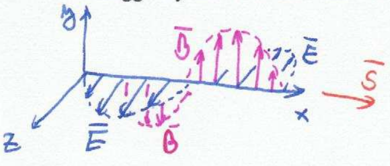
IMSC) Mekkora mágneses teret hoznak létre a fegyverzetek közt folyó áramok? (2,5)

Ampère-Maxwell-tv: $\oint\bar{B}\,d\bar{s}=\mu_0\left(I+I_{elt}\right)$

Mivel $I_{elt}=-I=-\frac{\sigma Q_0}{\varepsilon_0} \Rightarrow I+I_{elt}=0 \Rightarrow$ nincs mágneses tér a fegyverzetek közt

3. Adott egy E_0 amplitúdójú, z irányban polarizált, x irányban terjedő elektromágneses síkhullám.

a) Írja fel az elektromos térerősség vektor, valamint a mágneses indukció vektor hely- és időfüggvényét koordinátás alakban! (2)



$\bar{E} \parallel \hat{z} \quad \bar{S} = \frac{1}{\mu_0} \bar{E} \times \bar{B} \parallel \hat{x} \Rightarrow \bar{B} \parallel -\hat{y}$

$$\boxed{\begin{aligned} \bar{E}_{(x,t)} &= [0;\ 0;\ E_0 \cdot \sin(kx - \omega t)] \\ \bar{B}_{(x,t)} &= [0;\ -\frac{E_0}{c} \sin(kx - \omega t);\ 0] \end{aligned}} \Leftarrow B_0 = \frac{E_0}{c}$$

b) Mekkora a hullámtérben előforduló maximális elektromágneses energiasűrűség? Nagyságát fejezze ki E_0-al! (1)

$w_E = \frac{1}{2} \varepsilon_0 E_0^2 \qquad w_B = \frac{1}{2\mu_0} B_0^2 = \frac{1}{2\mu_0} \cdot \frac{E_0^2}{c^2} = \frac{1}{2\mu_0} \cdot \varepsilon_0 \mu_0 E_0^2 \Leftarrow / \ B_0 = \frac{E_0}{c} \quad c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \varepsilon_0}} \ /$

$w_B = \frac{1}{2} \varepsilon_0 E_0^2$

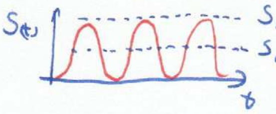
$w = w_E + w_B = \boxed{\varepsilon_0 \cdot E_0^2}$

c) Adja meg koordinátás alakban a Poynting-vektor hely- és időfüggését! (1)

$\bar{S} = \frac{1}{\mu_0} \bar{E} \times \bar{B} \qquad \bar{E} \perp \bar{B} \Rightarrow |\bar{S}| = \frac{1}{\mu_0} E \cdot B = \frac{E_0^2}{\mu_0 c} \sin^2(kx - \omega t)$

$\bar{S} \parallel \hat{x} \Rightarrow \boxed{\bar{S} = \left[\frac{E_0^2}{\mu_0 c} \cdot \sin^2(kx - \omega t);\ 0;\ 0\right]}$

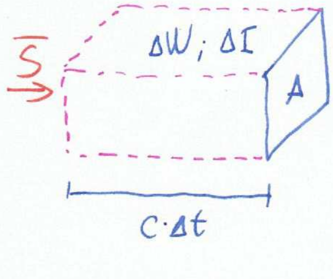
d) Határozza meg a hullám átlagos intenzitását! (A terjedésre merőleges egységnyi felületen áthaladó átlagos teljesítményt) (1)



$S_{max} = \frac{E_0^2}{c\mu_0} \Rightarrow S_{átl} = \frac{E_0^2}{2c\mu_0}$

$\frac{P_{átl}}{A} = S_{átl} = \boxed{\frac{E_0^2}{2c\mu_0}}$

IMSC) A hullám m tömegű, A felületű, kezdetben nyugvó fekete lemezre vetül. Mekkora gyorsulása lesz a lemeznek a fénynyomás hatására? (2,5)



$\Delta V = A \cdot c \cdot \Delta t$

ΔW energia a ΔV térfogatban:

$\Delta W = w_{átl} \cdot \Delta V = \frac{1}{2} E_0^2 \varepsilon_0 \cdot A c \cdot \Delta t$

ΔI impulzus a ΔV térfogatban:

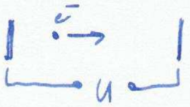
$\Delta I = \frac{\Delta W}{c} = \frac{1}{2} \varepsilon_0 E^2 A \cdot \Delta t$

$F = \frac{\Delta I}{\Delta t} = \frac{1}{2} \varepsilon_0 E_0^2 A$

$F = ma \Rightarrow a = \frac{F}{m} = \boxed{\frac{\varepsilon_0 E_0^2 A}{2m}}$

4. Elektronokat gyorsítunk U feszültségű elektródák között. Az elektronok tömege m, töltésük q.

a) Mekkora lesz a felgyorsult elektronok kinetikus energiája, impulzusa, valamint de-Broglie-hullámhossza? (3)



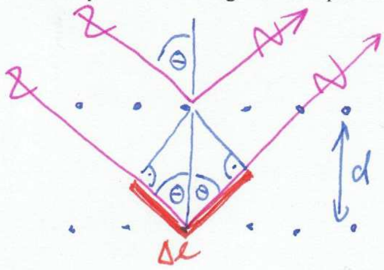
Gyorsító által végzett munka: $W = U\cdot q$

Elektron kinetikus energiája (munkatétel: $\Delta E_{kin} = W$)

$\boxed{E_{kin} = U\cdot q} \Rightarrow \frac{1}{2}mv^2 = Uq \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2Uq}{m}}$

$\boxed{I = mv = \sqrt{2Uqm}}$ $\lambda_D = \frac{h}{I} = \boxed{\frac{h}{\sqrt{2Uqm}}}$

b) Az elektronnyalábot olyan kristályra irányítjuk, melynek rácssíkjai d távolságra vannak egymástól. Milyen beesési szög mellett tapasztalunk maximális elektronreflexiót a kristályról? (2)



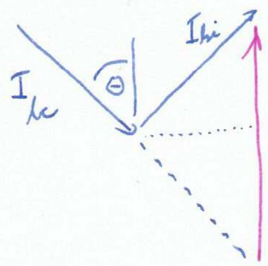
Úthossz különbség: $\Delta l = 2d\cdot\cos\Theta$

Konstruktív interferencia, ha:

$\Delta l = \lambda_D\cdot N$ ahol $N = 1; 2; 3; \ldots$

$$\lambda_D\cdot N = 2d\cdot\cos\Theta_N \Rightarrow \cos\Theta_N = \frac{\lambda_D\cdot N}{2d} = \boxed{\frac{hN}{2d\sqrt{2Uqm}}}$$

IMSC) Mekkora impulzust ad át a nyaláb a kristálynak? (2,5)



$\Delta I = 2\cdot\cos\Theta_N\cdot I_{be}$

1 db e^- által átadott impulzus

$$\Delta I = 2\cdot\sqrt{2Uqm}\cdot\frac{hN}{2d\sqrt{2Uqm}} = \boxed{\frac{hN}{d}}$$ ahol N egész

Kiegészítendő mondatok

Egészítse ki az alábbi hiányos mondatokat úgy a megfelelő szavakkal, szókapcsolatokkal, matematikai kifejezésekkel (skalár-vektor megkülönböztetés), hogy azok a Fizika2 tantárgy színvonalának megfelelő, fizikailag helyes állításokat fogalmazzanak meg!

---

1. Az ...elektromos térerősséget............ a tér adott pontjába helyezett egységnyi töltésű próbatöltésre ható erő mérése útján határozhatjuk meg.

2. Kiterjedt testek elektromos terét kiszámíthatjuk a testet felépítő pontszerű töltések terének ismeretében a ....szuperpozíció......................... elvének alkalmazásával.

3. Elektrosztatikus szempontból úgy tekintünk a dielektrikumokra, minta azok sok kicsiny ....elektromos dipólból.............. épülnének fel.

4. Dipólusra akkor hat a legnagyobb forgatónyomaték, ha dipólmomentum- vektor és az elektromos tér ...egymásra merőleges...............

5. Az Oersted-kísérlet során az áramjárta egyenes vezető és az iránytű iránya ......merőleges...............

6. A ciklotron nevű részecskegyorsítóban a részecskéket a ......Lorentz..................-erő tartja körpályán.

7. Párhuzamos vezetékek vonzzák egymást, ha a bennük folyó áramok ...egyirányúak.......

8. Iránytűt célszerű olyan ferromágneses anyagból készíteni, melynek hiszterézis-görbéje ....nagy......................... területet határol a H-B diagramon.

9. A paramágneses anyagok mindig a ....nagyobb.................... mágneses fluxussűrűség irányába mozdulnak el.

10. A Poynting-vektor adott felületre vett integrálja megadja, hogy a felületen egységnyi idő alatt mennyi ....energia....................... áramlik át.

11. Az elektromágneses hullám intenzitása az elektromos tér amplitúdójának .....négyzetével.............. arányos.

12. Negatív töltésű fémlemezt kisütöttünk úgy, hogy azt ultraibolya fénnyel megvilágítottuk. A kísérlettel a .....fotoeffektus..................... jelenségét igazoltuk.

13. A Bohr-féle atommodell legpontosabban a ......hidrogén............ atom viselkedését képes leírni.

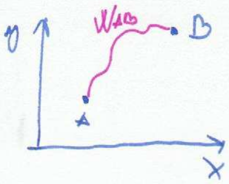
14. Kétréses interferencia kísérlet során az ernyő azon pontjaiban találunk konstruktív interferenciát...., amely pontoktól mérve a rések távolságainak különbsége a fény hullámhosszának egész számú többszöröse.

15. Röntgen-fotonok szóródnak elektronokon úgy, hogy a Röntgen-sugárázás terjedési iránya, valamint hullámhossza is megváltozik a kölcsönhatás után. A jelenséget Compton-szórásnak..... nevezzük.

Kifejtendő kérdések

Tömör, lényegre törő, vázlatszerű, fizikailag és matematikailag pontos válaszokat várunk. Ha szükséges, rajzoljon magyarázó ábrákat!

1. Definiálja az elektromos tér A és B pontja közötti potenciálkülönbséget matematikai összefüggés segítségével. (1) Egyszerű levezetés segítségével mutassa meg, hogy a fenti definíció kapcsolatba hozható a tér ellenében végzett mechanikai munkával, midőn egy ponttöltést A-ból B-be mozgatunk! (1) Definiálja az ekvipotenciális felület fogalmát! (1)



$$\boxed{U_{AB} = -\int_A^B \bar{E}(\bar{r})\, d\bar{r}}$$

Mivel: • def: $U_{AB} = \frac{W_{AB}}{q}$

• def: $\bar{E} = \frac{\bar{F}}{q}$

$$\frac{W_{AB}}{q} = -\int_A^B \frac{\bar{F}(\bar{r})}{q}\, d\bar{r} \Rightarrow \boxed{W_{AB} = -\int_A^B \bar{F}(\bar{r})\, d\bar{r}}$$

Az erőtér ellenében végzett munka.

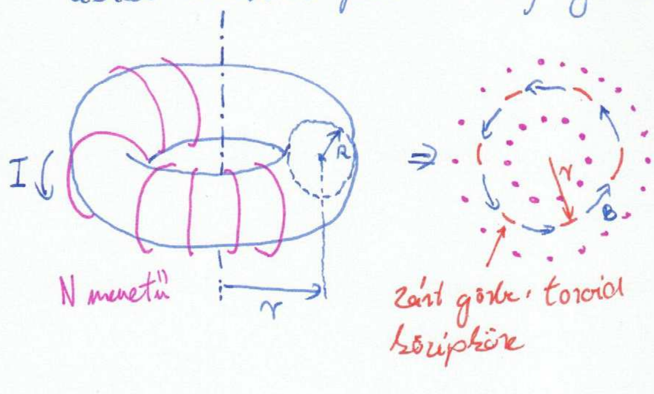
Ekvipotenciális felület:

- Amely felületen egy próbatöltés munkavégzés nélkül mozgatható az elektromos erőtér ellenében.
- Azonos potenciálú pontok halmaza.

2. Írja fel matematikai alakban, valamint fogalmazza meg egy mondatban az Ampére-féle gerjesztési törvényt! (1,5) A törvény alkalmazásával vezesse le a toroidtekercs magjában kialakuló mágneses indukció nagyságát megadó összefüggést! A törvény alkalmazását ábrán is szemléltesse! (1,5)

$$\boxed{\oint \bar{B}\, d\bar{r} = \mu_0 \cdot \sum I}$$

A mágneses indukció tetszőleges zárt görbére vett integrálja egyenlő a görbe által határolt felületen átfolyó áramok μ_0-szorosával.



$$\oint \bar{B}\, d\bar{r} = \oint |\bar{B}||d\bar{r}| = |\bar{B}| \oint |d\bar{r}|$$

mivel $\bar{B} \parallel d\bar{r}$

Forgásszimm. miatt $|\bar{B}|$ = áll

$\oint |d\bar{r}| = 2r\pi$: a kör kerülete

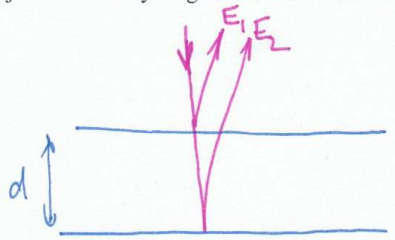
$\sum I = N \cdot I$

$$\Rightarrow 2r\pi \cdot |\bar{B}| = \mu_0 N I \Rightarrow \boxed{|\bar{B}| = \frac{\mu_0 N I}{2r\pi}}$$

3. Állandó mágnest ejtünk egy réztömbre. Írja le egy mondatban, mit tapasztalunk a kísérlet során! (1) Melyik fizikai törvényt szemlélteti a kísérlet? (0,5) Fogalmazza meg a fizikai törvényt egy mondatban! (1) Mivé alakul át a zuhanó mágnes kinetikus energiája? (0,5)

- A mágnes szabadon esik, ám a réztömb közelében lelassul, kis sebességgel éri el a réztömböt.
- Lenz-törvénye: Az indukált áram iránya mindig olyan, hogy az áram hatása az őt indukáló hatást akadályozza.
- A réztömbben örvényáramok indukálódnak, ennek mágneses tere taszítja a réztömb felé közeledő mágnest. A mágnes kinetikus energiája az örvényáram keltésére fordítódik. A réztömb ohmikus ellenállása miatt az örvényáram energiája disszipálódik, hővé alakul.

4. Ábra segítségével értelmezze egy vékony, átlátszó hártyán kialakuló interferencia-jelenséget! (1) Tételezzük fel, hogy a hártya törésmutatója n, és mindkét oldalról levegő veszi körül. Milyen d hártyavastagság mellett tapasztalunk maximális reflexiót merőleges beesés mellett egy olyan fényhullám esetén, amelynek vákuumban mért hullámhossza λ_0? (1) Soroljon fel legalább két olyan jelenséget, alkalmazást, ahol szerepet játszik a vékonyrétegeken kialakuló interferencia! (1)



E_1 hullám fáziskésése:

$\varphi_1 = \pi$ mert optikailag sűrűbb közeg határáról verődik vissza.

E_2 hullám fáziskésése:

$\varphi_2 = 2\pi \frac{2d}{\lambda} = 2\pi \frac{2d \cdot n}{\lambda_0}$ mert $2d$-vel hosszabb utat tesz meg.

$$\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1 = 2\pi \frac{2dn}{\lambda_0} - \pi$$

Konstruktív interferencia feltétele: $\Delta\varphi = 2\pi \cdot N$ ahol N: egész

$$2\pi \frac{2dn}{\lambda_0} - \pi = 2\pi N$$

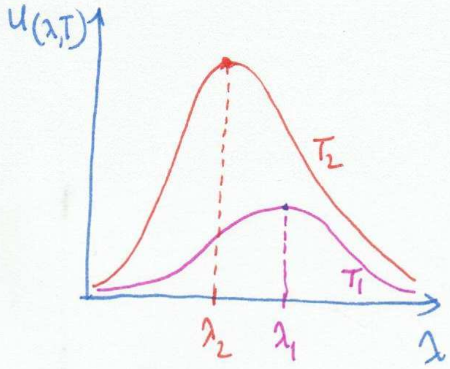
$$\Downarrow$$

$$\boxed{d_N = \frac{\lambda_0}{4n}(2N+1)}$$ ahol $N = 0; 1; 2 \ldots$

Jelenségek, alkalmazások:

- Szappanhártya
- Olajfilm víz felszínén
- Antireflexiós réteg optikai eszközökön

5. Vázlatosan ábrázolja a Planck-féle sugárzás spektrális teljesítménysűrűség függvényeit a sugárzott hullámhossz függvényében két eltérő hőmérsékletű sugárzó esetén! (1) Írja fel, és az ábra alapján értelmezze a Wien-féle eltolódási törvényt! (1) Írja fel a Stefan-Boltzmann törvényt matematikai alakban, és nevezze meg a törvényben szereplő fizikai mennyiségeket! (1)



$T_2 > T_1$

Wien-törvény: $\lambda_1 T_1 = \lambda_2 T_2$

A feketetest-sugárzás maximális spektrális teljesítménysűrűségéhez tartozó hullámhossz fordítottan arányos a test abszolút hőmérsékletével.

Stefan-Boltzmann-törvény

$P = A \sigma T^4$

- T: test hőmérséklete
- σ: Stefan-Boltzmann-állandó
- A: test felülete
- P: sugárzás teljesítménye