

VIK A3 Matematika - 2. Vizsgadolgozat

2015. január 7.

Minden feladat 10 pontot ér. Rendelkezésre álló idő: 90 perc. Kizárólag az előre kiadott Laplace-transzformációs táblázat használható! Jó munkát!

1. Határozzuk meg az

$$y'''(x) - 2y''(x) + y'(x) = x + 2e^x$$

differenciálegyenletnek az $y(0) = 5$, $y'(0) = 3$, $y''(0) = 4$ kezdeti értékekhez tartozó megoldását!

2. Határozza meg a $\mathbf{v}(x, y, z) = x^2y^2 \mathbf{i} + \mathbf{j} + z \mathbf{k}$ vektormezőnek a $z = 1 - x^2 - y^2$ egyenletű forgási paraboloid és a $z = 0$ egyenletű sík által határolt zárt \mathcal{F} felület mentén vett felületi integrálját kifeje mutató felületi normálvektor mellett!
3. Potenciálos-e a $\mathbf{v}(x, y, z) = (3x^2y - y^3) \mathbf{i} + (x^3 - 3xy^2) \mathbf{j}$ vektormező? Ha igen, adja meg egy potenciálfüggvényét! Határozzuk meg \mathbf{v} vonalintegrálját az

$$\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{2} = 2, \quad z = 2$$

görbére!

4. Állítsa elő Laurent-sorral az

$$f(z) = \frac{1}{(z+1)(z+3)}$$

függvényt a $z_0 = -1$ izolált szinguláris pont körüli összes lehetséges gyűrűtartományban!

5. Határozzuk meg a $\mathbf{v}(\mathbf{r}) = \mathbf{r} \ln |\mathbf{r}|$ vektor-vektorfüggvény divergenciáját és rotációját! Hol lesz $\mathbf{v}(\mathbf{r})$ forrásmentes, illetve örvénymentes? ($\mathbf{r} = (x, y, z)$ a helyvektor, $|\mathbf{r}|$ a helyvektor hossza (Euklideszi-normája)).