

Név/Kód:

--	--	--	--	--	--

1. (20p)	2. (20 p)	3. (20 p)	4. (20 p)	5. (20 p)	Összesen (100p)	Jegy
----------	-----------	-----------	-----------	-----------	--------------------	------

- Győződjön meg róla, hogy a névsorban elfoglalt helye alapján a megfelelő teremben írja-e a dolgozatot!
- Minden feladatot külön A4-es lapon dolgozzon, kivéve a teszt (2.) feladatot, amelyet a nyomtatott oldalon töltsön ki bekarikázással jelezve a helyes választ!
- Egy vízszintes vonallal jelezze a nyomtatott lap tetjén lévő táblázatban azt a feladatot, amelyet nem oldott meg!
- Minden lapon olvashatóan szerepeljen a neve és a NEPTUN kódja!
- A diákigazolványa legyen előkészítve!
- AZ 1-ES, 3-AS ÉS 5-ÖS FELADATOK MEGOLDÁSA MELLÉ INDOKLÁST IS KÉRÜNK! ÖNMAGÁBAN CSAK A HELYES VÉGEREDMÉNY NEM ÉRTÉKELHETŐ.

F  
O  
N  
T  
O  
S  
!!!

1. Adott egy bináris lineáris kód a következő paritásellenőrző mátrixsal

$$H = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

- Adja meg a kód típusát ( $n$  és  $k$  paraméterek)! (2p)
- Adja meg a  $G$  generátormátrixot! (4p)
- Adja meg a kódszavakat! (5 p)
- Adja meg azt a hibacsoportot, amely az  $s=(00001)$  szindrómavektorhoz tartozik! (5p)
- Hány hibát tud javítani ez a kód? (2p)
- Szisztematikus-e a kód? (Indokolja választát)? (2p)

Megoldás:

a)  $C(6,2)$ ,  $n=6$ ,  $k=2$ 

$$b) G = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

c)  $c_0 = (000000)$ ;  $c_1 = (011111)$ ;  $c_2 = (101100)$ ;  $c_3 = (110011)$ 

$$d) H e^T = s^T \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$E_{(0001)} = \{(000001), (000001) + (011111), (000001) + (010100), (000001) + (110011)\} = \{(000001), (011110), (010101), (110010)\}$$

$$e) d_{\min} = w_{\min} = 4 \rightarrow t = \left\lfloor \frac{d_{\min} - 1}{2} \right\rfloor = 1$$

f) Igen, mert a generátor mátrix első  $2 \times 2$ -es része egységmátrix (vagy a  $H$  mátrix utolsó szegmenese  $4 \times 4$ -es)

Elégtelen	Elégséges	Közepes	Jó	Jeles
0-39 pont	40-53 pont	54-67 pont	68-81 pont	82-100 pont

2. Karikázza be a helyes állításokat az alábbi listán (csak akkor adható rá 20p, ha minden állításról helyesen döntött, különben 0 pont).

a) Egy  $C(n,k)$  lineáris bináris kód minden egyes hibacsoportjában  $2^{n-k}$  db vektor szerepel.

b) A  $C(3,1)$  bináris Hamming kód MDS kód is egyben.

c) A Reed-Solomon kód  $\left\lfloor \frac{n-k}{2} \right\rfloor$  db. hiba javítására képes.

d) A Shannon-Fano-Elias kód rövidebb átlagos kódoszahosszat ér el mint a Huffman kód.

e) A forrás entrópiája egyenletes forráseloszlás esetén minimális.

3. Adott egy emlékezetnélküli stacionér forrás a következő eloszlással  $p_1 = 0.8$ ;  $p_2 = 0.2$ ;

a) Tömörítse a két-hosszúságú blokkokból álló forrást Huffman kóddal (rajzolja le a bináris fát és ez alapján adja meg a két-hosszúságú blokkokból álló forrásszimbólumokhoz tartozó bináris kódzavakat) ! (5p)

b) Mekkora a két-hosszúságú blokkokból álló forrás Huffman kódolása során kapott átlagos kódzóhossz és az egy forrásszimbólumra jutó fajlagos átlagos kódzóhossz? (5p)

c) Adja meg, hogy mi lenne az egy szimbólumra jutó fajlagos kódzóhossz Shannon Fano kódolással. (5p)

d) Mekkora lesz így a kódtábla mérete ? (5p)

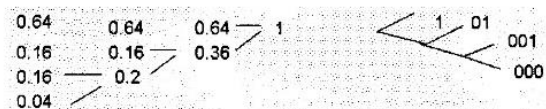
Megoldás:

a)

A 2 hosszúságú blokkokból álló forrás 4 db szimbólummal rendelkezik, amelyek eloszlása

$$p_1 = 0.64; p_2 = 0.16; p_3 = 0.16; p_4 = 0.04$$

A Huffman kód



$$b) L = p_1 l_1 + p_2 l_2 + p_3 l_3 + p_4 l_4 = 0.64 + 2 * 0.16 + 3 * 0.16 + 3 * 0.04 = 1.56 \quad \lambda = L/2 = 0.78$$

$$c) l_1 = \left\lceil \log_2 \frac{1}{p_1} \right\rceil = \left\lceil \log_2 \frac{1}{0.64} \right\rceil = \left\lceil 0.643 \right\rceil = 1; l_2 = \left\lceil \log_2 \frac{1}{p_2} \right\rceil = \left\lceil \log_2 \frac{1}{0.16} \right\rceil = \left\lceil 2.643 \right\rceil = 3; l_3 = \left\lceil \log_2 \frac{1}{p_3} \right\rceil = \left\lceil \log_2 \frac{1}{0.16} \right\rceil = 3; l_4 = \left\lceil \log_2 \frac{1}{p_4} \right\rceil = \left\lceil \log_2 \frac{1}{0.04} \right\rceil = \left\lceil 4.643 \right\rceil = 5$$

$$d) L_{SF} = \sum_{i=1}^4 l_i p_i = 1.8 \rightarrow \lambda = 0.9$$

$$d) Compl \sim O(2^{25})$$

4. Ahol nincs indoklás kérés ott csak egy számmal, vagy IGEN/NEM adja meg a válaszokat (mindegyik helyes válasz 4p) !

a) Egy 32 szimbólumot tartalmazó „abc”-ből választott karakterekből álló szöveget tömörítünk az LZ77 algoritmussal. A search- és a look-up buffer hossza 64. Adja meg, hogy milyen hosszúságú sorozat generálódik lépésenként az algoritmus kimenetén (az LZ77 kimenetén megjelenő adat-hármas hossza). (5+6+6=17)

b) Adja meg a GF(8)-ban az  $y^3$ -al kezdődő gyökcsoporthat (ha a hatványtáblára szüksége van, ezt az 5-ik feladatnál találja)

( $y^3, y^5, y^6$ ) más sorrendben is elfogadjuk)

c) Egy forrás entrópiája  $H(X)=1.75$ , adja meg, hogy Shannon-Fano-Elias kóddal mekkora az átlagos kódzóhossz felső korlátja ? ( $L \leq H(X)+2=3.75$ )

d) Bináris Hamming kódot akarunk képezni  $k=11$  paraméterrel, adja meg a hozzá tartozó  $n$  paramétert és hogy hány hibát tud javítani a kód ? ( $n+1 = 2^{n-k} \rightarrow n = 15$ , mivel Hamming  $t=1$ )

e) Adott egy  $C(15,9)$  RS kód a GF(16) felett. Hány szimbólumhibát és milyen hosszúságú bináris bursthibát tud a kód javítani (ha utóbbi esetben bináris képkódként értelmezzük). (3 szimbólumhibát és 12 hosszúságú burst-ot)

Elégtelen	Elégséges	Középes	Jó	Jeles
0-39 pont	40-53 pont	54-67 pont	68-81 pont	82-100 pont

5 Egy minden egy hiba javítására alkalmas Reed-Solomon kódot készítünk a GF(8) felett.

- a) Adja meg a kód paramétereit (5 p)  
 b) Adja meg a generátorpolinomot. (7 p)  
 c) Adja meg a csupa 7-es komponenseket tartalmazó üzenetvektorhoz tartozó kódszót (8p)

A hatványtábla GF(8) felett a következő

1	1	7	14	21
y	y	8	15	22
y <sup>2</sup>	y <sup>2</sup>	9	16	23
y+1	y <sup>3</sup>	10	17	24
y <sup>2</sup> +y	y <sup>4</sup>	11	18	25
y <sup>2</sup> +y+1	y <sup>5</sup>	12	19	26
y <sup>2</sup> +1	y <sup>6</sup>	13	20	27

Megoldás:

a)  $n=7$ ,  $n-k=2$ ,  $k=5$  C(7,5) a GF(8) felett

$$b) g(x) = \prod_{i=1}^{n-k} (x - y^i) = \prod_{i=1}^{n-k} (x + y^i) = (x + y)(x + y^2) = x^2 + y^4x + y^3$$

$$c(x) = g(x)u(x) = (x^2 + y^4x + y^3)(y^5x^4 + y^5x^3 + y^5x^2 + y^5x + y^5) =$$

$$c) = y^5x^6 + y^2x^5 + yx^4 + y^5x^5 + y^2x^4 + yx^3 + y^5x^4 + y^2x^3 + yx^2 + y^5x^3 + y^2x^2 + yx +$$

$$+ y^5x^2 + y^2x + y = y^5x^6 + y^3x^5 + x^4 + x^3 + x^2 + y^4x + y \rightarrow$$

$\rightarrow (7, 3, 1, 1, 1, 6, 2)$  vagy fordítva olvasva  $(2, 6, 1, 1, 1, 3, 7)$

Elégtelen	Elégséges	Középes	Jó	Jeles
0-39 pont	40-53 pont	54-67 pont	68-81 pont	82-100 pont