

Térvektorok

- (1) Határozzuk meg az adott P ponton átmenő, adott \mathbf{n} normálvektorú sík egyenletét, ha

P	\mathbf{n}
(2, 1, 4)	(3, 2, -4)
(0, 0, 0)	(1, 2, 4)
(7, 2, -2)	(2, 0, 3)
(0, 0, 0)	(0, 0, 1)

- (2) Vizsgáljuk meg, hogy a három pont egy egyenesbe esik-e, ha nem, írjuk fel a pontokon átmenő sík egyenletét.

(0, 1, -2)	(2, -1, 1)	(4, 3, -2)
(1, 0, 0)	(0, 1, 0)	(0, 0, 1)
(-3, 0, 4)	(4, 1, 2)	(0, 0, 0)
(-2, 3, 1)	(0, 5, 1)	(-4, 1, 0)

- (3) Határozzuk meg a (2, 4, 6) ponton átmenő, $x = 7 - 3t, y = 3 + 4t, z = 5 + 2t$ egyenest tartalmazó sík egyenletét.
- (4) Határozzuk meg a megadott egyenes és sík közös pontját, illetve pontjait, ha vannak ilyenek:

$-2x + 3y + 3z - 3 = 0$	$x = 3 - t, y = 2 - t, z = 3 - t$
$3x - y - 2z - 2 = 0$	$\frac{x-1}{2} = 2y + 3 = z - 3$
$x + 2y - z + 2 = 0$	$x + 2 = y - 3 = \frac{z+1}{3}$
$5x - y + 3z - 3 = 0$	$x = 1, y = 5 + 3t, z = 1 + t$

- (5) Honnan látjuk „ránézésre”, hogy egy egyenes és egy sík párhuzamos-e?
- (6) Számítsuk ki az (5, 12, -13) pont távolságát a $3x + 4y + 5z = 12$ síktól.
- (7) Számítsuk ki a szabályos tetraéder lapszögeit.
- (8) Számítsuk ki a szabályos tetraéder éleinek az alaplappal bezárt szögét.
- (9) Egy 30° -os hajlásszögű lejtőn lévő 60 kg-os testet a lejtő síkjával 45° -os szöget bezáró kötéllal tartunk egyensúlyban. Mekkora erővel kell húznunk a kötelet? Mekkora erővel nyomja a test a lejtőt? A súrlódási erőt hanyagoljuk el!

- (10) Egy 90 kg-os betörő járkál üveglapokból készült tetőnkön. Az üveglapok a síkjukra merőlegesen 400N erőt tudnak kifejteni, ennél nagyobb terhelésnél beszakadnak. Megtartja-e a betörőt a tető, ha a tető síkjának normálvektora
- a) (1,1,1) b) (2,2,1) ?

Sorozatok

- (1) Írjuk fel a következő sorozatok első három-négy tagját:
a) $\frac{(-1)^{n+1}}{2n-1}$; b) $2 + (-1)^n$; c) $a_1 = 1, a_{n+1} = \frac{a_n}{n+1}$.
- (2) Írjuk fel a következő sorozatok „képletét”:
a) 0, 2, 0, 2, ...; b) $\frac{1}{2}, \frac{1}{5}, \frac{1}{8}, \frac{1}{11}, \dots$; c) $1, -\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, -\frac{1}{8}, \dots$
- (3) A Sloan Enciklopédiában (<http://www.research.att.com/~njas/sequences/>) rengeteg sorozat van. Ha valaki úgy véli, újat talált, küldje be. Nagy dicsőség bekerülni, de nem könnyű.
- (4) Egy újszülött nyúlpár 2 hónap elteltével lesz nemzőképes, és onnantól kezdve minden hónapban egy nyúlpárt fial, melyek megint 2 hónap alatt lesznek nemzőképesek stb. Ha a nulladik hónapban egyetlen újszülött nyúlpárral indulunk, jelöljük F_n -nel n hónap után az összes nyúlpárok számát. Írjunk fel rekurziót F_n -re. (Később nézzük meg, milyen gyorsan nő F_n .)
- (5) Az $x_1 = 1, x_{n+1} = x_n + \cos(x_n)$ sorozatra $x_n \rightarrow \frac{\pi}{2}$. A heurisztikus bizonyítás az ábráról leolvasható. Akinél van kalkulátor, megnézheti, milyen pontosan közelít x_5, x_{10} .

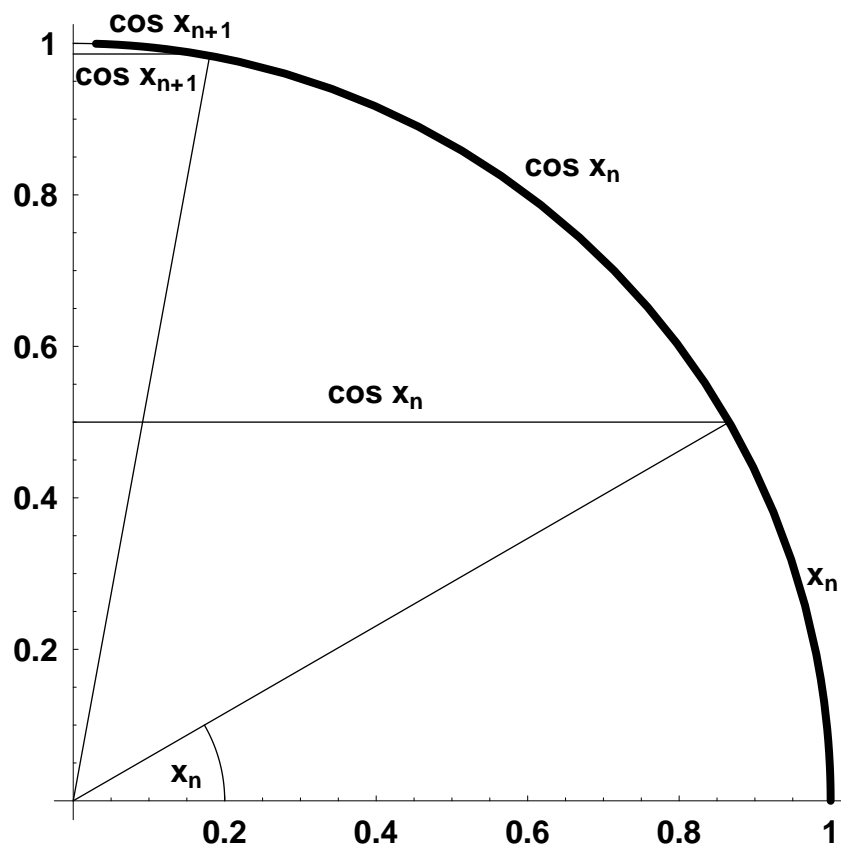


Figure 1: Segítség a bizonyításhoz