

1. feladat (14 pont = 7p + 7p)

Határozza meg az alábbi függvénysorok konvergenciatartományát!

$$a) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-5)^n}{\sqrt{n}} \cdot x^n, \quad b) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-5)^n}{n \cdot \sqrt{n}} \cdot (x+3)^n.$$

2. feladat (20 pont = 6p + 6p + 8p)

Határozza meg az alább megadott függvények $x_0 = 0$ pont körüli Taylor-sorát és ezek konvergenciatartományát!

$$a) f(x) = \frac{1}{3+7x}, \quad b) g(x) = \frac{1}{3+7x^2}, \quad c) h(x) = \frac{1}{(3+7x)^2}.$$

3. feladat (15 pont)

Írja fel a következő függvénysor összegfüggvényét, és határozza meg a sor konvergenciasugarát!

$$\sum_{n=0}^{\infty} (2n+1)x^{2n}.$$

4. feladat (8 pont)

Határozza meg az $f(x) = (x-2)^2 + \sin(2x)$ függvény origó körüli harmadrendű Taylor-polinomját a Lagrange-féle maradéktaggal!

5. feladat (20 pont = 4p + 6p + 10p)

$$f(x, y) = \begin{cases} y \cos\left(\frac{1}{x^2+y^2}\right), & \text{ha } (x, y) \neq (0, 0); \\ 0, & \text{ha } (x, y) = (0, 0); \end{cases}$$

a) Folytonos-e f az origóban? (Válaszát indokolja!)

b) Határozza meg f parciális deriváltjait az origón kívül!

c) A definíció alapján határozza meg f parciális deriváltjait az origóban! (Ha valamelyik nem létezik, indokolja állítását!)

6. feladat (11 pont)

Legyen g kétszer folytonosan deriválható egyváltozós valós függvény, és legyen

$$f(x, y) = g(3xy + y^2).$$

Írja fel f összes másodrendű parciális deriváltját!

7. feladat (12 pont)

Írja fel az $f(x) = \sqrt[3]{27+x^2}$ függvény origó körüli hetedrendű Taylor-polinomját elemi műveletekkel!