

Kvantumradír hallgatói mérés

BME Fizika Tanszék
F ép. III. lépcsőház 2. em.

Jelen mérési útmutató a Kvantum-informatika és kommunikáció (BME-VIHIMA14) tárgy hallgató számára készült 2015 októberében.

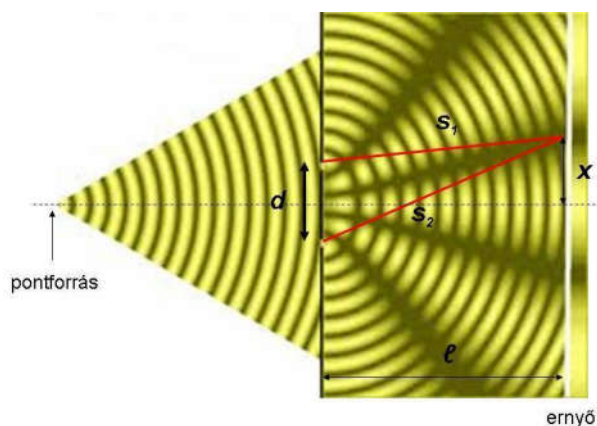
Tartalom:

1. Bevezetés
2. Egyfotonos kvantumradír elrendezés
3. Mérési elrendezés
4. Mérési feladatok
5. Függelék
6. Hivatkozások

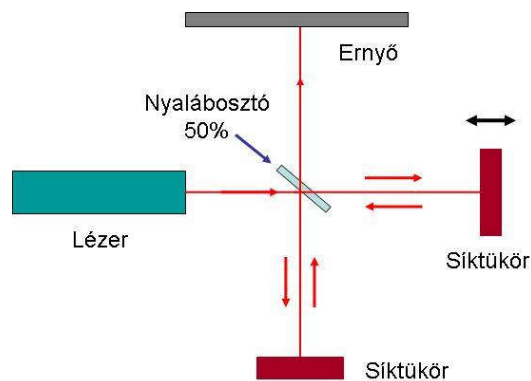
1. Bevezetés

A fény hullámtermészetét számos interferencia kísérlet is igazolja. (Mindezekről a hallgatók a Fizika_2, a Fizika_2i vagy a Kísérleti fizika_2 tárgyak előadásain hallhattak.) A legegyszerűbb interferométerek:

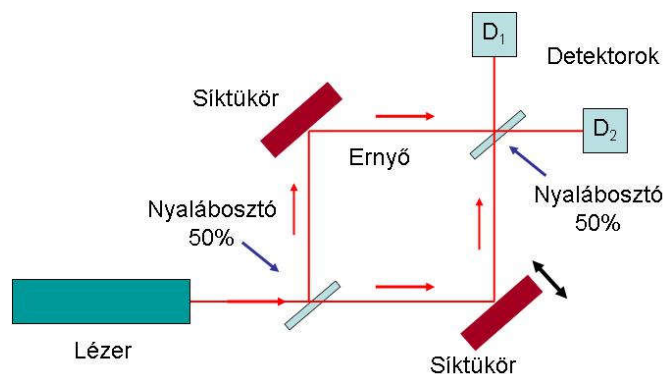
- a Young-féle interferométer (1. ábra),
- a Michelson interferométer (2. ábra) és
- a Mach-Zehnder interferométer (3. ábra).



1. ábra



2. ábra



3. ábra

Mindhárom interferométer esetében – mint az közismert – az ernyőn vagy a detektorok felületén mérhető fényintenzitás az optikai úthosszak különbségétől függ (amennyiben az úthosszkülönbség kisebb a fény koherenciahosszánál).

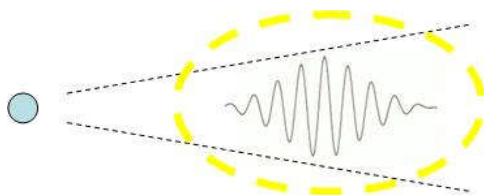
MEGJEGYZÉS: A tapasztalat szerint ez az úthosszkülönbség nem lehet akármekkora. Ideális esetben, azaz ha végtelen hosszú monokromatikus hullámok találkoznának, akkor igen. De reális esetben a fényforrások által kibocsátott fényjel soha sem lehet végtelenül hosszú. Szemléletesen azt mondhatjuk, hogy csak akkor van interferencia, ha a két azonos, ν frekvenciájú (és λ hullámhosszú) véges hosszúságú "hullám szakasz" időben átfedi egymást. A hullámszakasz hosszát ezért koherenciahossznak hívjuk.

A fény hullámtermészetét feltételezve egyéb fizikai optikai jelenségek is igen pontosan leírhatók; pl. diffrakció, fénytörés, polarizációs állapot vagy például a polarizált fény áthaladása polarizátoron (Malus törvény). Az itt felsorolt kísérletek és jelenségek megdönthetetlen bizonyítékai a fény hullámtermészetének.

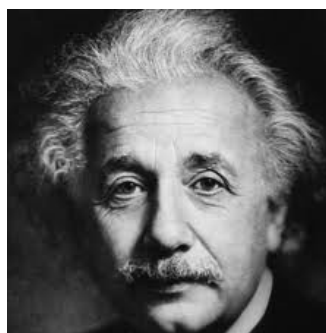
Mint az ismeretes, a XX. század elejére egyértelművé vált, hogy a fotoeffektus a hullámoptika és az elektrodinamika egyenleteivel nem magyarázható meg. A fotoeffektus jelenségének magyarázatát Albert Einstein (5. ábra) adta meg 1905-ben. Feltételezte, hogy a fény kvantált energiacsomagok, "fényrészecskék", vagy más néven fotonok formájában nyelődik el. Ugyanakkor az ún. Compton effektus azt is mutatta, hogy a foton impulzussal is rendelkezik. Ezt az impulzust a részecskékkel való kölcsönhatások során ugyanúgy kell kezelni, mint a "klasszikus impulzus vektort". Ez sugallja számunkra foton "részecske képét". A fotonelmélet hatalmas sikerét, mi sem bizonyítja jobban, minthogy ezért az ötletéért Albert Einsteint Nobel-díjjal tüntették ki (1921).

Ha viszont a fény "részecskeszerű" fotonokból áll, akkor hogyan magyarázható meg a fény interferenciája?

Ez a kérdés magát Einsteint is erősen foglalkoztatta. A fény részecske és hullámtulajdonságainak összeházasítására előállt egy (régijű ötlettel; ez volt az ún. "tűsugárzás-elmélet". E szerint az atomok a kvantált energiájú fotonokat véges hosszúságú hullámcsomagok formájában, kis térszögben sugározzák ki (4. ábra).



4. ábra



5. ábra

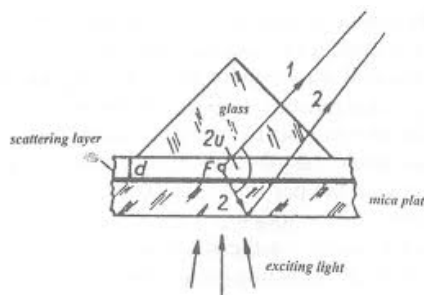
Ez az ötlet szinte kézenfekvőnek tűnt. Ugyanis ez hasonló a már fentebb említett véges hosszúságú hullámszakaszhoz. Ez a hullámvonulat egy optikai nyalábosztóval szétválasztható, majd újra egyesíthető és így a hullámcsomag elvileg saját magával interferálhatna (pl 2. és 3. ábra). A foton energiája azonban egy adott $h\nu$ érték. Ennél kisebb energiaadag nem létezik. Ezért nem lehetséges, hogy egyszerre két **félfoton** legyen az interferométer két ágában.

MEGJEGYZÉS: Az interferenciát megmagyarázhatná két (vagy több) független, különböző atomtól származó, vagy egyazon atomtól, de két különböző emissziós folyamatban keletkező foton interferenciája. Ezt a magyarázatot azonban a kísérletek megcáfolták. Ezeket most nem részletezzük. A cáfolathoz elegendő csak azt végiggondolni, hogy egymástól független emissziós folyamatokban, véletlen kezdőfázissal emittált hullámcsomagok interferenciára nem képesek.

A "túsugárzás-elmélet" legdöntőbb cáfolatának azonban Selényi Pál (6. ábra) ún. nagyszögű interferencia kísérlete bizonyult (1911). Selényi az összeállításában (7. ábra) egy üvegprizma és egy plánparalel csillámlap közé egy igen vékony ($d \ll \lambda/2$) zselatinréteget helyezett el. Ebben a rétegben fluoreszcens molekulák voltak. Az ezek által kisugárzott fény **interferenciacsíkokat hozott** létre a megfigyelő ernyőn.



6. ábra



7. ábra

Ahhoz, hogy megértsük, hogy ez a kísérlet miért cáfolja a "túsugárzás-elméletet", gondoljuk végig a következőket!

1. A jelenség hullámoptikai magyarázata **nyilvánvaló**.

2. A fluoreszcens molekulák, mint pontszerű fényforrások gömbhullámokat bocsátanak ki. Ezen fénykibocsátó molekulák térbeli sűrűsége igen kicsi. Ezért kizárható, hogy közöttük kölcsönhatás legyen. Ez természetesen azt is jelenti, hogy a molekulák egymáshoz képest véletlen kezdőfázissal sugároznak. Ezért biztosak lehetünk abban, hogy az interferencia kép kialakulásakor az egyes gömbhullámok "önmagukkal" interferálnak. Ugyanis a véletlen fázisú gömbhullámok az egymás közötti interferenciát elmosnák. Ugyanakkor (a 7. ábrán szemléltetett módon) az is biztos, hogy az (F jelű) fluoreszcens molekulából emittált fénynél az interferenciát csak az a két fénysugár hozhatja létre, amely az 1 -es és a 2 -es fényúthoz tartozik.

MEGJEGYZÉS: A törésmutatók illesztésével elérhető, hogy a csillámlap felső felülete egyáltalán ne reflektáljon. A zselatinréteg olyan vékony ($d \ll \lambda/2$), hogy bizonyosan a csillámlap alsó felületéről visszavert 2 -es nyaláb adja az interferenciához szükséges másik fénysugarat.

A geometriai elrendezésből látható, hogy az 1 -es és a 2 -es fénysugár között a szög 90° -nál is nagyobb lehet. Ezért neveztük el a jelenséget "nagyszögű interferenciának". Nyilvánvaló tehát, hogy a fluoreszcens fényforrás **nem emittálhat fényt "túsugárzás formájában"**. Ez ugyanis (mint azt láttuk) egy jól meghatározott irányú fényterjedést jelentene. Ugyanakkor az interferenciához két különböző irányban haladó fénysugárzás kell.

Alapvető szemléletbeli nehézséget jelent a jelenség **fotonos magyarázata**. A foton elmélet szerint a fluoreszcens molekulák a gerjesztő fény hatására fotonokat bocsátanak ki. Mint láttuk, ezek a fotonok egymástól függetlenül és egymáshoz képest véletlen kezdőfázissal emittálódnak. Ezért biztosak lehetünk abban, hogy mindegyik foton (pongyolán szólva) csak "saját magával interferál", hiszen a véletlen fázisú többi foton az interferenciát elmosná. Ráadásul a kísérlet lényegéhez tartozik, hogy a gerjesztés olyan gyenge fényel történik, hogy egyszerre általában csak egy molekula emittál, azaz csak egy ($h\nu$) foton villan fel. Az interferenciához azonban két fényút szükséges. Ez egy igen súlyos kérdést vet fel:

Ha nincsen az 1 -es és a 2 -es utakat követő "félfoton", akkor valójában merre ment az emittált egyetlen foton?

Ennek a kérdésnek a kísérleti eldöntésére építették meg a fizikusok az ún. *”melyik-úton-is-megy-a-foton”* típusú interferométereket (**which way experiment**). A méréshez (az effektus lényegét megzavaró hatások elkerülése végett) célszerű lenne olyan fényforrást alkalmazni, amely a fotonokat garantáltan egyenként bocsátja ki. Ekkor el lehet azt érni, hogy az interferométerben biztosan csak egyetlen foton tartózkodik az alatt az idő alatt, amíg a foton áthalad az optikai elrendezésen és lezajlik a detektálás folyamata. Ilyen fényforrás azonban technikailag nem (illetve nagyon nehezen) valósítható meg. A fotonok ugyanis *”nem szeretnek egyedül lenni”*. Ennek oka a fényforrásokban lezajló elemi, atomi folyamatok által generált fotonstatisztikában keresendő.

Valódi fényforrások esetén az intenzitás annyira legyengíthető, hogy a mérőberendezésben átlagosan egynél kevesebb foton tartózkodik. Azonban ekkor is előfordul néha, hogy véletlenül egyszerre két foton érkezik. Viszont minél kisebb az átlagos foton szám, ez relatíve egyre ritkábban fordul elő. Ebből következik, hogy egyfoton forrás hiányában is elvégezhető a kísérlet, ha nagyon kis intenzitású fénynyalábot használunk.

Látható tehát, hogy a **klasszikus mechanika ”fogalomrendszerét” használva a ”melyik úton ment a foton” típusú kérdésre nem találunk ”szemléletes és érthető” választ**. Kiderült, hogy e mögött a látszólag egyszerű kérdés mögött a természet sajátságos, a mikroszkopikus méretskálán tapasztalható tulajdonsága mutatkozik meg. Ekkor szakítanunk kell a klasszikus fizika törvényeivel és helyette a kvantummechanikát kell használnunk. (A *”kérdés”* természetesen kísérletet és kísérleti eredményt jelent, hiszen a természethez intézett kérdéseinket jól átgondolt kísérletek formájában tesszük fel.)

A *”which way experiment”* típusú berendezések mérési eredményeinek interpretációja csak a kvantumelmélet alkalmazásával végezhető el. Ráadásul a kvantumelméleti leírásból az is kiderül, hogy maga a feltett kérdés (*”Melyik úton megy a foton?”*) **nem is igazán jó kérdés!** A kérdést inkább így kell feltenni:

”Mennyire biztosan akarom tudni, hogy melyik úton ment a foton, és ez a ”tudás” milyen hatással van a mérés eredményére?”

Az ilyen típusú kérdésfelvetéseknek az egyik fajta kísérleti demonstrációjára szolgálnak az ún. **”kvantumradír kísérletek”** (quantum eraser).

A Fizika Tanszék laboratóriumában egyfotonos kvantumradír kísérletet végezhetnek el a hallgatók. Ennek leírása a következő fejezetben található.

MEGJEGYZÉS: Léteznek más típusú kvantumradír kísérletek is. Ilyen például a *”miénknél”* egyszerűbb egyfotonos elrendezés is [függelék]. Külön kell említenünk a kétfotonos kvantumradírt [2], amely összefonódó fotonpárokat használ. Ekkor még a *”klasszikus hullámoptikai”* magyarázatot is el kell dobnunk. Megjelenik az Einstein féle *”kísérteties távolhatás”* (*”spooky action at a distance”*) ami végérvényesen diszkreditálja a klasszikus fizikai szemléletünket. Alapvető elveinket (pl a kauzalitás, fénynél kisebb hatás és információ terjedés) azonban továbbra sem érinti.

A fény *”hullámtulajdonsága”* és a *”fotonos”* természete közötti fogalmi ellentmondást a *”valószínűség”* fogalmának bevezetésével lehet feloldani. Így válik a kvantumoptika egységes, ellentmondásmentes elméletté.

Definíció szerint jelentse a $P(\vec{r}, t)dVdt$ kifejezés annak a valószínűségét, hogy a tér egy adott \vec{r} helyvektorának a dV térfogatú környezetében a t és a $t + dt$ időpontok között éppen egy foton detektálunk. A kísérletek tanulsága szerint ez a valószínűség a hullámoptika segítségével kiszámolt $\vec{E}(\vec{r}, t)$ térerősség vektor segítségével a következő módon határozható meg:

$$P(\vec{r}, t)dVdt = |\vec{E}(\vec{r}, t)|^2 dVdt$$

Szavakban tehát.

”Mindig egyedi fotonokat detektálunk és a detektálhatóság valószínűségét a hullámoptika (azaz a Maxwell egyenletek) segítségével határozhatjuk meg.”

Ez az állítás nem vezethető le semmilyen más, ismert törvényből. Csak a mérési tapasztalatokból következik **Ezért ez a Kvantumoptika egyik axiómájának tekinthető.**

Ezzel a ”fényelméletünk” megszabadult a ”hullám-részecske kettősség” belső ellentmondásától.

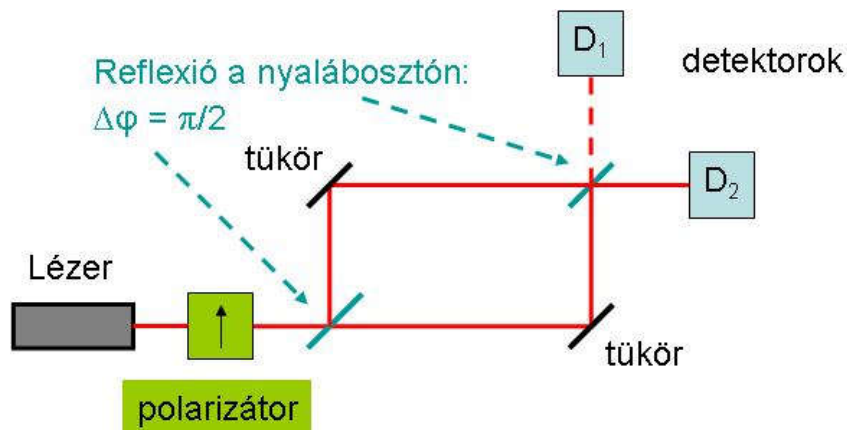
2. Egyfotonos kvantumradír elrendezés

Az egyfotonos kvantumradír méréshez egy Mach-Zehnder típusú interferométert használunk; ennek vázlatos rajza a 8. ábrán látható. Az **elrendezés kulcseleme a két nyalábosztó (BS: beam splitter)**. Ezek féligáteresztő tükrök, vagyis a tükrre eső fény 50%-a visszaverődik (reflektálódik) és 50% átjut a tükrön (transzmittálódik). A nyalábosztón reflektált fény 90°-os fázistolást szenved, míg a transzmittált nyaláb fázisa nem változik. A két másik tükrő egy-egy 100%-os alumíniumtükör. (Valójában ezek reflexió tényezője kb. 99%.) Az alumíniumtükörök mindkét ágban okoznak ugyan 180°-os fázistolást, de mivel az interferométer kimenetén mérhető nyaláb intenzitását az optikai úthosszak különbsége határozza meg, így ezek kiejtik egymást.

(MEGJEGYZÉS: A tükrön és a nyalábosztón megjelenő fázistolásokat a fellépő fizikai folyamatok okozzák. A nyalábosztó sok (néha több tíz) dielektrikum rétegből áll. Ezen rétegek vastagsága a ” λ ” nagyságrendjébe esik. Elkészítésük bonyolult technológiát és gondos tervezést igényel. Ez a piaci árakban is megnyilvánul. Ennek részletes megértése a mérés szempontjából nem fontos. Ezért ettől eltekinthetünk.)

Az egyszerűség végett tételezzük fel, hogy az interferométer két karjának geometriai hossza megegyezik. A lézernyaláb polarizációs állapotát egy függőleges helyzetű polarizátorral állítjuk be.

Először nézzük meg, hogy miként viselkedik a vázolt elrendezés, ha **nem egy legyengített lézernyalábot** csatolunk be az elrendezésbe! Vagyis írjuk le a ”klasszikus (kvantum)radír”-t!



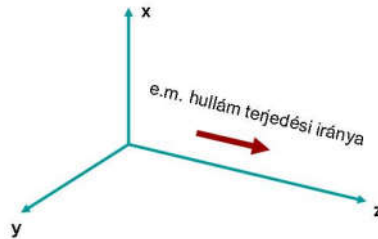
8. ábra

2.1. Klasszikus (kvantum)radír hullámoptikai magyarázata

A lineárisan polarizált fény terjedését egy, a 9. ábrán látható koordináarendszerben, mint egy természetes, lokális bázisban írjuk le. A hullám a ”z” tengely mentén terjed, az elektromos tér az ”x” tengellyel párhuzamos:

$$\vec{E} = E \cdot e^{i(\omega t - kz)} \cdot \vec{e}_x$$

A hullámterjedést leíró $e^{i(\omega t - kz)}$ tényezőt legtöbbször nem jelöljük. Ugyanis az interferenciánál mindig csak a relatív fáziskülönbség számít. Azaz azt írjuk, hogy $\vec{E} = E \cdot \vec{e}_x$.



9. ábra

Az interferométer bemenetén, a polarizátor után (az input) legyen tehát:

$$\vec{E} = E \cdot \vec{e}_x$$

Ekkor, a fentebb elmondottak alapján, közvetlenül a második nyalábosztó bemeneteinél a felső (**A** indexű) és az alsó (**B** indexű) nyalábok a következőképpen adhatók meg:

$$\vec{E}_A = \frac{1}{\sqrt{2}} E \cdot e^{i\frac{\pi}{2}} \cdot \vec{e}_x \quad \text{és} \quad \vec{E}_B = \frac{1}{\sqrt{2}} E \cdot \vec{e}_x$$

Az első nyalábosztó a fényintenzitást 50%-50% arányban megosztja. Ezért a transzmittált és a reflektált nyalábok intenzitása a beeső lézervény intenzitásának, azaz az $|E|^2$ -nek, éppen a fele. Így az interferométer két ágában a téresösség(ek) amplitúdója $1/\sqrt{2}$ -e a bejövő "E"-nek.. Mivel a felső ágban haladó **A** jelű fényhullám az első nyalábosztón reflektálódott, így a fent említettek értelmében egy $\pi/2$ fázistolást is szenved.

Látható, hogy az **A** és a **B** fényhullámok a második nyalábosztóban találkoznak. Ezért az interferencia valójában az itt lévő dielektrikum rétegben jön létre. Ennek eredménye természetesen az interferométer kimenetén lévő detektoroknál jelentkezik. Nevezzük el a második nyalábosztó **1**-es kimenetének azt, amelyikhez a **D**₁ fénydetektor tartozik és **2**-esnek azt, amelyikhez a **D**₂ detektor.

A második nyalábosztó **A** és a **B** bemenetein lévő térerősségek a nyalábosztóban összeadódnak, hiszen azonos polarizációjú, koherens nyalábok találkoznak. Az itt történő interferenciának megfelelő fény jelenik meg a nyalábosztó **1**-es és a **2**-es kimenetén. Ezeket méri meg a két fénydetektor.

Határozzuk meg a először a **D**₁ detektornál mérhető jelet!

Látható, hogy az **1**-es irányban a bemenő (felső) **A** nyaláb reflektált része és az (alsó) **B** nyaláb transzmittált része halad tovább. Ezen két résznyaláb interferenciája eredményezi azt a fényhullámot, amelyik a **D**₁ fotódetektorra esik. Vegyük észre, hogy az **A** jelű bemenő nyalábnak az **1**-es irányban haladó része **reflektált hullám** lesz. Ezért ez a résznyaláb egy újabb $\pi/2$ fázistolást szenved. A **B** jelű **transzmittált nyaláb** fázistolás nélkül jut át a nyalábosztón. Az **1**-es kimeneten tehát a két résznyaláb összege (ún. "szuperpozíciója") jelenik meg, azaz:

$$\vec{E}_1 = \frac{1}{\sqrt{2}} \vec{E}_A \cdot e^{i\frac{\pi}{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}} \vec{E}_B$$

Azaz beírva ide az \vec{E}_A és \vec{E}_B értékeit adódik (felhasználva, hogy $e^{i\pi} = -1$):

$$\vec{E}_1 = \frac{1}{2}E \cdot e^{i\pi} \cdot \vec{e}_x + \frac{1}{2}E \cdot \vec{e}_x = 0,$$

Az eredmény azt mutatja, hogy a D_1 detektorra egyáltalán nem jut fény.

Hasonló számolással kaphatjuk meg a D_2 detektorra jutó fényt. Ekkor a bemenő (felső) A nyaláb transzmittált része interferál a bemenő (alsó) B nyaláb reflektált részével. Most a B nyalábban lép fel a $\pi/2$ es fázistolás. Ezzel megszűnik a fáziskülönbség az A és a B résznyalábok között. Azaz a 2-es kimeneten megjelenő két hullám erősíti egymást.

$$\vec{E}_2 = \frac{1}{\sqrt{2}}\vec{E}_A + \frac{1}{\sqrt{2}}\vec{E}_B e^{i\frac{\pi}{2}}$$

Azaz:

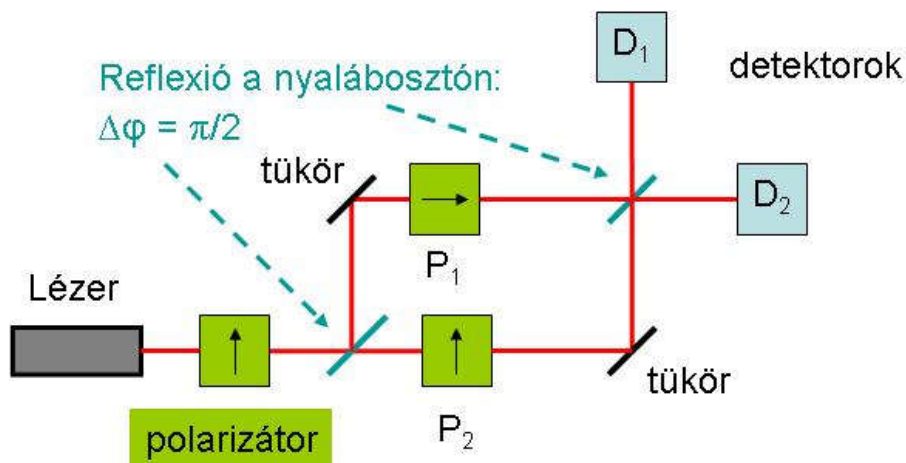
$$\vec{E}_2 = \frac{1}{2}E \cdot e^{i\frac{\pi}{2}} \cdot \vec{e}_x + \frac{1}{2}E \cdot e^{i\frac{\pi}{2}} \cdot \vec{e}_x = E \cdot e^{i\frac{\pi}{2}} \cdot \vec{e}_x$$

Ezért (ideális esetben) ennek az $|E|^2$ intenzitása pontosan megegyezik az interferométerbe beeső nyaláb $|E|^2$ intenzitásával. **Tehát a teljes fény a D_2 detektorra jut.**

Eddig az interferométer két ágát az elrendezésben elfoglalt helyük alapján különböztettük meg. Azaz felső A és az alsó B ág. De ezen fényutak között semmiféle fizikai különbség nem volt. Azaz a fényutak bármely kicsiny szakaszán ugyanazok a fizikai viszonyok uralkodnak.

(MEGJEGYZÉS: Olyan ez, mintha éjszaka eltévednénk az országúton. Ekkor egy elágazás után, pusztán csak az út menti éjszakai táj alapján nem tudjuk megmondani, hogy a bal vagy a jobb elágazáson megyünk. Ha azonban az út mentén jelzik az út számát, akkor már tudjuk, hogy melyik ágon haladunk.)

Ezután "jelöljük meg" a nyalábokat! Vagyis érzük el azt, hogy a két fénynyaláb (azaz a két fényút) fizikailag megkülönböztethető legyen. Ha a két fényúton a fény polarizációja különbözik egymástól, akkor elértük a célunkat. Ehhez hajtjuk végre a 10. ábrán látható változtatásokat.



10. ábra

Mint említettük, az interferométerbe függőleges polarizációjú lézervény lép be. Az alsó (**B**) ágon ez halad tovább. Helyezzünk be a felső (**A**) ágba egy ún. "polarizátor forgatót". Ez egy olyan eszköz, amely 90°-al elforgatja a fény polarizációjának az irányát. Jelen esetben ez azt jelenti, hogy a felső ágban a második nyalábosztóhoz érkező fény vízszintes polarizációjú lesz. Ezt a 10. ábrán a P₁ jelű blokkal szemléltettük.

MEGJEGYZÉS: A polarizáció 90°-os elforgatása pl. egy ún. "λ/2-es lemezzel" végrehajtható. Ez ún. "kettőtörő" anyagból készült, amelyben a vízszintes és a függőleges polarizációjú fény különböző sebességgel halad. A lemez vastagsága megválasztható úgy, hogy a kilépéskor a kétfajta polarizációjú fény fázisa egymáshoz képest éppen λ/2-nek megfelelő fázissal tolódjon el. Innen ered a "λ/2-es lemez" elnevezés. Ha a lemezre egy 45°-os polarizációjú síkhullám esik, akkor kilépéskor ennek polarizációs iránya 90°-al elfordul. Ennek oka az, hogy a beeső fény felbontható egyforma nagyságú vízszintesen és függőlegesen polarizált hullámok összegére.

Az alábbiakban megmutatjuk, hogy ebben a módosított elrendezésben eltűnik az interferencia! A 9. ábra szerint függőleges irányt \vec{e}_x , a vízszintes irányt az \vec{e}_y egységvektor jelöli. A második nyalábosztóba belépő fényhullámok (a felső **A** és az alsó **B**) az első nyalábosztón elszenvedett fázistolásoknak megfelelően a következők lesznek:

$$\vec{E}_A = \frac{1}{\sqrt{2}} E \cdot e^{i\frac{\pi}{2}} \cdot \vec{e}_y \quad \text{és} \quad \vec{E}_B = \frac{1}{\sqrt{2}} E \cdot \vec{e}_x$$

Akkor a D₁ detektorra eső nyaláb amplitúdója, a nyalábosztóban történt transzmisszió, reflexió és szuperpozíció után (a már ismert fázis eltolódási effektusok miatt) a következőképpen adódik:

$$\vec{E}_1 = \frac{1}{\sqrt{2}} \vec{E}_A \cdot e^{i\frac{\pi}{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}} \vec{E}_B, \quad \text{azaz} \quad \vec{E}_1 = \frac{1}{2} E \cdot e^{i\pi} \cdot \vec{e}_y + \frac{1}{2} E \cdot \vec{e}_x$$

Könnyen belátható, hogy ennek a nyalábnak az intenzitása éppen fele az interferométerbe belépő lézernyaláb intenzitásának. Hiszen a két összetevő térerősség vektor egymásra merőleges, tehát:

$$|E_1|^2 = \frac{1}{4}|E|^2 + \frac{1}{4}|E|^2 = \frac{1}{2}|E|^2$$

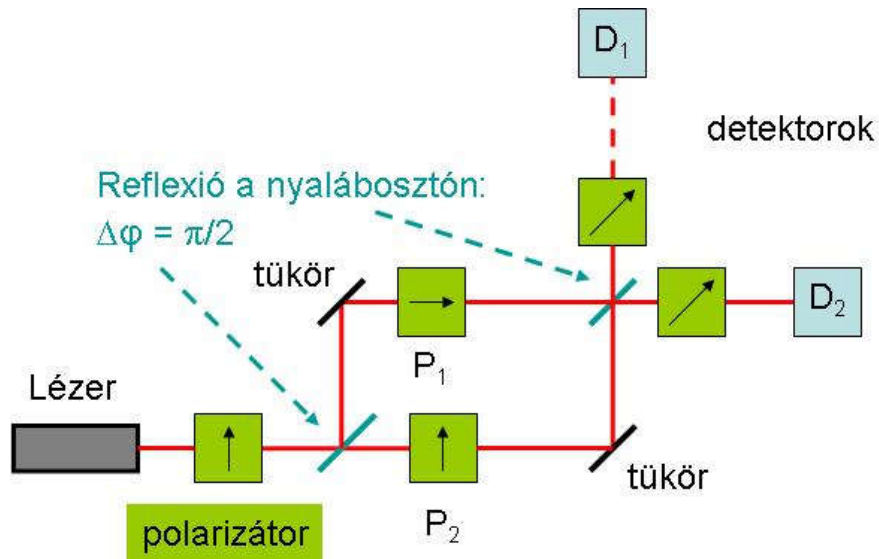
Hasonló számolás után ugyanez állítható a D₂ detektorra eső fény intenzitásáról is, azaz:

$$|E_2|^2 = \frac{1}{2}|E|^2$$

Összefoglalásul azt kaptuk tehát, hogy az interferométerbe beérkező fényenergia fele a D₁ a másik fele a D₂ detektorra esik.

A következő lépésben tegyünk be egy-egy 45°-os szögben álló polarizátort a detektorok elé (11. ábra). A polarizátor egy olyan eszköz, amelyik az általa definiált \vec{e}_0 ún. optikai irányban polarizált fényt teljes egészében átengedi, ugyanakkor az erre merőleges irányban polarizált fényt teljes egészében elnyeli. Az ábrán ezt az \vec{e}_0 irányt a megadott \vec{e}_x , és \vec{e}_y irányokhoz képest érdemes megadni. Mivel a polarizátort az \vec{e}_x -hez képest 45°-os szögbe állítottuk be, ezért az elkövetkezőkben

ezt az optikai irányt \vec{u}_{45° -al fogjuk jelölni. Ezt a polarizátort szimbolizáló zöld blokkba rajzolt ferde nyíl jelzi.



11. ábra

Ezután határozzuk meg a D_1 detektorba érkező fény amplitúdóját! A D_1 detektor elé helyezett polarizátor csak az \vec{u}_{45° polarizációjú fényt engedi át. Ezért a polarizátorba érkező \vec{e}_x és \vec{e}_y polarizációjú fényhullámoknak csak ezen irányú komponense halad tovább. A többi elnyelődik. Ez a jól ismert ún. Malus-törvény. A vektoralgebra szabályai szerint ez a következőképpen fogalmazható meg. Ha a beeső polarizált fény térerősség vektora \vec{E}_{BE} , akkor a polarizátoron átmenő fény térerősség vektora a következő lesz:

$$\vec{E}_{\text{ÁT}} = (\vec{E}_{BE} \cdot \vec{u}_{45^\circ}) \cdot \vec{u}_{45^\circ}$$

Tehát a D_1 detektorba érkező fény amplitúdója (valamint polarizációs állapota) a fenti szabály szerint így írható:

$$\vec{E}_1 = \frac{1}{2} E \cdot e^{i\pi} \cdot (\vec{e}_y \cdot \vec{u}_{45^\circ}) \cdot \vec{u}_{45^\circ} + \frac{1}{2} E \cdot (\vec{e}_x \cdot \vec{u}_{45^\circ}) \cdot \vec{u}_{45^\circ}$$

Ugyanakkor tudjuk, hogy a vektorok skaláris szorzása miatt:

$$\vec{e}_x \cdot \vec{u}_{45^\circ} = \cos 45^\circ \quad \text{és} \quad \vec{e}_y \cdot \vec{u}_{45^\circ} = \cos 45^\circ$$

Ezért aztán adódik, hogy:

$$\vec{E}_1 = \frac{1}{2} E \cdot e^{i\pi} \cdot \{\cos(45^\circ) \vec{u}_{45^\circ}\} + \frac{1}{2} E \cdot \{\cos(45^\circ) \vec{u}_{45^\circ}\}$$

Azaz a közös tényezők kiemelése után írható:

$$\vec{E}_1 = \frac{1}{2} E \cdot \{ \cos(45^\circ) \vec{u}_{45^\circ} \} \cdot [e^{i\tau} + 1] = 0$$

Tehát a D_1 detektor ugyanúgy nem jelez, mint abban az esetben, amikor az A és a B fényutakat fizikailag (a polarizációs irányokkal) nem jelöltük meg. Azt szoktuk mondani, hogy a polarizátor mintegy utólag "kiradírozza" azt az információt, amelyik megjelölte (megkülönböztette) az A és a B fényutakat. Ezáltal a fényt is kiradíroztuk a D_1 ágából. A jelenség ("klasszikus kvantumradír") tehát a hullámoptika segítségével, a szokásos interferencia effektusokkal megmagyarázható és érthető.

2.2. Az egyfotonos "kvantumradír" működése

Végezzük el a "kvantumradír" a kísérleteket igen kis intenzitású lézernyalábbal! A kis intenzitás durván azt jelenti, hogy az interferométerben a mérés Δt ideje alatt csak egy foton tartózkodik. Ez precízen megfogalmazva azt jelenti, hogy a detektor Δt "felbontási ideje" alatt, a detektorok felülete által meghatározott térszögbe átlagosan mindössze egy, vagy egynél kevesebb foton érkezik. A detektor "felbontási idején" azt a Δt időtartamot értjük, amely alatt becsapódó második foton a detektor már nem jelzi. Általában a detektor felbontási ideje $\Delta t \approx 40$ ns.. Ez a Δt időintervallum több, mint egy nagyságrenddel nagyobb, mint amennyi idő alatt a foton az optikai elrendezésen áthalad.

Mint már említettük, az interferométer felső, A ágában tartózkodó foton térbeli állapotát $|\varphi_A\rangle$, az alsó, B ágban áthaladó foton térbeli állapotát pedig a $|\varphi_B\rangle$ jelöli. Ezek absztrakt ket vektorok.

Mint azt már sokszor elmondtuk, a kvantumelmélet egyik alapelve (**axióma szintű törvénye**) az **"állapotok szuperpozíciójának elve."** Eszerint egy fotonnak létezik olyan $|\varphi_{AB}\rangle$ állapota is, amelyik a felső és az alsó ágak által meghatározott $|\varphi_A\rangle$ és $|\varphi_B\rangle$ állapotok lineáris szuperpozíciója, azaz:

$$|\varphi_{AB}\rangle = a|\varphi_A\rangle + b|\varphi_B\rangle$$

Ekkor az $|a|^2$ annak a valószínűségét jelenti, hogy a foton az A ágban van, azaz a térbeli állapota $|\varphi_A\rangle$. Hasonló módon $|b|^2$ a $|\varphi_B\rangle$ állapot valószínűségét határozza meg. Azt is mondhatjuk, hogy a foton $|\varphi_{AB}\rangle$ állapota mindkét ágról tartalmaz információt, azaz ebben az állapotban a foton valahogyan az interferométer mindkét ágát érzékeli.

Ezt azonban a foton "lokalizált részecske modelljével" nem tudjuk elképzelni! Helyezzünk ugyanis a (8.ábrán) vázolt interferométer A és B ágába egy-egy D_A és D_B fotondetektort. Ekkor azt fogjuk tapasztalni, hogy 50-50 %-ban vagy az egyik, vagy a másik detektor jelez, de a kettő együtt sohasem. Ez a mérés azt sugallja, hogyha nincsenek detektorok az interferométer ágaiban, akkor is igaz, hogy a foton 0.5 valószínűséggel vagy az egyik, vagy a másik ágban halad, de a kettőn egyszerre soha. A $|\varphi_{AB}\rangle$ szuperponált állapotok létezése azonban azt mutatja, hogy ez az elképzelésünk nem lehet helyes. Azaz a D_A és D_B fotonszámoló detektorokkal mért adatokból nem következtethetünk a foton térbeli viselkedésére, ha az a detektorok nélküli $|\varphi_{AB}\rangle$ állapotban van!

A kvantumradír kísérletekben mindig polarizált lézerefényt használunk. Szükség van a foton polarizációs állapotainak a kvantumelméleti leírására. A klasszikus hullámoptikában láttuk, hogy két független (lineáris) polarizációs irány (pl. \vec{e}_x és \vec{e}_y) elegendő ahhoz, hogy tetszőleges polarizációjú fényt előállítható legyen. Ez a két (\vec{e}_x, \vec{e}_y) polarizációjú hullám szuperpozíciójával érhető el. A

polarizációnak ez egy alapvetően fontos algebrai tulajdonsága. Ez annyira alapvető, hogy feltesszük, hogy mindez igaz a foton polarizációs állapotának a leírásakor is. Tehát "kétdimenziós absztrakt állapottéren" fogunk dolgozni. A foton két független polarizációs állapotát a $|\uparrow\rangle$ és a $|\leftrightarrow\rangle$ absztrakt ket vektorok reprezentálják. Ezeket szemléletesen "vertikális" és "horizontális" polarizációs állapotoknak nevezzük. Nyomatékosan hangsúlyozni kell azonban, hogy ezek csak "elnevezések" és semmi közvetlen közük nincsen a térbeli "függőleges" és "vízszintes" irányokhoz.

Az elmondottakat megalapozó részleteket a Függelékben adtuk meg.

Ezután próbáljuk meg elemezni a 8. ábrán látható mérési elrendezés működését egyfotonos forrást feltételezve! A foton térbeli állapotát a $|\varphi_{AB}\rangle = a|\varphi_A\rangle + b|\varphi_B\rangle$ "kettel" adhatjuk meg. A nyalábosztókon és tükrökön elszenvedett fázistolást az "a" és "b" skalár együtthatókon keresztül vesszük figyelembe. Ez belátható, ha arra gondolunk, hogy a foton detektálásának a valószínűségét ezeknek a skalároknak a segítségével számoljuk ki. Mint tudjuk, ezeknek a valószínűségeknek meg kell egyezniük a hullámoptikával kapott eredményekkel. Ezért ezen skalárok számítása a hullámoptikában megismert módon történhet. Az interferométerbe belépő foton polarizációs állapotát a $|\uparrow\rangle$ ket vektorral reprezentáljuk. Mindezek ismeretében a második nyalábosztó előtt a foton állapota tehát a következőképpen adható meg:

$$|\varphi_{AB}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|\varphi_A\rangle|\uparrow\rangle e^{i\pi/2} + |\varphi_B\rangle|\uparrow\rangle)$$

A formulában megjelenő $e^{i\pi/2}$ relatív "fázistolás" az első nyalábosztón történt reflexió következtében lépett fel. Most nézzük meg, hogy mi lesz a foton állapota a második nyalábosztó 1-es kimenetén. A $|\varphi_A\rangle$ állapot egy újabb $\pi/2$ -es fázistolást szenved a reflexió miatt. A $|\varphi_B\rangle$ állapot fázisa nem változik, hiszen ez egy transzmittált állapotot ad meg. Mindkét állapotot meg kell szoroznunk $1/\sqrt{2}$ -vel, mert a foton 50-50% eséllyel reflektálódik vagy transzmittálódik.

$$|\varphi^1_{AB}\rangle = \frac{1}{2} (|\varphi_A\rangle|\uparrow\rangle e^{i\pi} + |\varphi_B\rangle|\uparrow\rangle)$$

A D_1 a fotont a tér egy adott \vec{r}_1 pontjában detektálja, azaz a foton térbeli helyzetét ismerjük. Ezért a foton térbeli állapotát a $|\varphi_A(\vec{r}_1)\rangle$ és $|\varphi_B(\vec{r}_1)\rangle$ -el kell megadnunk. Ez a két állapot azonban a nyalábosztó után már nem különböztethető meg egymástól. Azaz nem tudni, hogy a foton az A vagy a B ágon haladt. Tehát írható, hogy:

$$|\varphi(\vec{r}_1)\rangle \equiv |\varphi_A(\vec{r}_1)\rangle = |\varphi_B(\vec{r}_1)\rangle$$

Ezt beírva a $|\varphi^1_{AB}\rangle$ állapotba és kiemelve a közös tényezőket azt apjuk, hogy:

$$|\varphi_{AB}(\vec{r}_1)\rangle = \frac{1}{2} |\varphi(\vec{r}_1)\rangle \cdot |\uparrow\rangle \cdot (e^{i\pi} + 1)$$

Azaz

$$|\varphi_{AB}(\vec{r}_1)\rangle = 0 \quad (\text{hiszen } e^{i\pi} = -1)$$

Ez az eredmény azt mutatja, hogy a D_1 detektor nem fog megszólalni. Ugyanis a foton detektálásának valószínűsége a kvantumelmélet törvényei szerint "abszolút érték négyzet" képzéssel kapható meg. Így a szokásos jelölésekkel adódik, hogy:

$$P(\vec{r}_1) = \|\varphi_{AB}(\vec{r}_1)\|^2 = \langle \varphi_{AB}(\vec{r}_1) | \varphi_{AB}(\vec{r}_1) \rangle = 0$$

Az eredmény természetesen ugyanaz, mint amit a hullámoptikai magyarázatnál kaptunk. A jól ismert $P(\vec{r}, t) = |\vec{E}(\vec{r}, t)|^2$ összefüggés miatt ennek így is kell lennie.

MEGJEGYZÉS: A $|\varphi_{AB}(\vec{r}_1)\rangle$ állapot valójában már nem egy térbeli "függvény", hanem csak egy szám, hiszen egy adott " \vec{r}_1 " pontban adja meg a foton "helyzetét". Ezért ezt $\langle \vec{r}_1 | \varphi_{AB} \rangle$ skalárszorozattal kellene jelölnünk. Ez azonban most nem olyan lényeges, hiszen semmiféle félreértést nem okoz.

Teljesen hasonló gondolatmenettel kapható meg a második nyálábosztó 2-es kimenetén a foton állapota:

$$|\varphi^2_{AB}\rangle = \frac{1}{2}(|\varphi_A\rangle|\uparrow\rangle e^{i\pi/2} + |\varphi_B\rangle|\downarrow\rangle e^{i\pi/2})$$

A D_2 detektor a fotont az \vec{r}_2 helyen detektálja. Ekkor azonban már nem lehet megmondani, hogy a foton melyik ágon jött, azaz ismét igaz, hogy:

$$|\varphi(\vec{r}_2)\rangle \equiv |\varphi_A(\vec{r}_2)\rangle = |\varphi_B(\vec{r}_2)\rangle$$

Így a közös tényezők kiemelése után azt kapjuk, hogy:

$$|\varphi_{AB}(\vec{r}_2)\rangle = \frac{1}{2}|\varphi(\vec{r}_2)\rangle(|\uparrow\rangle \cdot (e^{i\pi/2} + e^{i\pi/2}))$$

Elvégezve az összeadást adódik, hogy:

$$|\varphi_{AB}(\vec{r}_2)\rangle = |\varphi(\vec{r}_2)\rangle|\uparrow\rangle \cdot (e^{i\pi/2})$$

A foton detektálásának valószínűsége pedig

$$P(\vec{r}_2) = \|\varphi_{AB}(\vec{r}_2)\|^2 = \langle \varphi(\vec{r}_2) | \varphi(\vec{r}_2) \rangle \langle \uparrow | \uparrow \rangle (e^{i\pi/2} e^{-i\pi/2}) = \langle \varphi(\vec{r}_2) | \varphi(\vec{r}_2) \rangle$$

Hiszen a többi tényező mindegyike 1-el egyenlő. Adódott tehát, hogy

$$P(\vec{r}_2) = \langle \varphi(\vec{r}_2) | \varphi(\vec{r}_2) \rangle = 1$$

Ugyanis a kvantumelmélet szabályai szerint a $\langle \varphi(\vec{r}_2) | \varphi(\vec{r}_2) \rangle$ szám megadja annak a valószínűségét, hogy az \vec{r}_2 helyen lévő D_2 detektor jelzi a fotont, ha az éppen az \vec{r}_2 helyen van. Ideális detektor esetén ez pedig egy biztos esemény lesz.

MEGJEGYZÉS: Hasonlóan az előzőekhez, a precíz felírás a következő lenne:

$$|\varphi_{AB}(\vec{r}_2)\rangle = \langle \vec{r}_2 | \varphi_{AB} \rangle$$

és ezért:

$$\|\varphi(\vec{r}_2)\|^2 = \langle \vec{r}_2 | \varphi_{AB} \rangle^2 = \langle \varphi_{AB} | \vec{r}_2 \rangle \langle \vec{r}_2 | \varphi_{AB} \rangle = \langle \varphi_{AB} | \varphi_{AB} \rangle = \langle \varphi | \varphi \rangle = 1$$

A $|\vec{r}_2\rangle\langle\vec{r}_2|$ most azért 1 mert a foton biztosan az \vec{r}_2 "helyen van".

Végül is tehát azt kaptuk, amit amúgy is vártunk. Azaz a D_2 detektor biztosan jelez, de a D_1 detektor mindvégig "néma" marad. Ez az eredmény teljes összhangban van az intenzív lézernyalábbal végzett kísérlet mérési eredményével. Ami pedig a hullámoptika segítségével szépen magyarázható.

Második lépésben jelöljük meg az interferométer két ágát (10. ábra). Ez a felső A ágba helyezett P_1 polarizáció forgatóval valósítható meg. Ekkor az A ágban haladó foton polarizációs állapota a második nyalábosztó előtt $|\leftrightarrow\rangle$ vízszintes lesz. Most már az A és az alsó B ágban lévő foton állapota (a polarizáció révén) egymástól megkülönböztethető! Ekkor a második nyalábosztó 1-es kimenetén a foton állapota a következőképpen adható meg:

$$|\varphi^1_{AB}\rangle = \frac{1}{2}(|\varphi_A\rangle|\leftrightarrow\rangle e^{i\pi} + |\varphi_B\rangle|\updownarrow\rangle)$$

A skalár faktorokat az előzőekben elmondottak szerint határoztuk meg. A második nyalábosztó 2-es kimenetén a foton állapota hasonló módon írható fel.

$$|\varphi^2_{AB}\rangle = \frac{1}{2}(|\varphi_A\rangle|\leftrightarrow\rangle e^{i\pi/2} + |\varphi_B\rangle|\updownarrow\rangle e^{i\pi/2})$$

Foglalkozzunk először a D_1 detektorral. Ez a foton az \vec{r}_1 helyen méri. Itt a foton állapota pedig:

$$|\varphi_{AB}(\vec{r}_1)\rangle = \frac{1}{2}(|\varphi_A(\vec{r}_1)\rangle|\leftrightarrow\rangle e^{i\pi} + |\varphi_B(\vec{r}_1)\rangle|\updownarrow\rangle)$$

A foton detektálás valószínűsége a D_1 detektornál tehát $\|\varphi_{AB}(\vec{r}_1)\|^2$, azaz a szokásos szabályok szerint

$$P(\vec{r}_1) = \langle \varphi_{AB}(\vec{r}_1) | \varphi_{AB}(\vec{r}_1) \rangle = \frac{1}{4} (\langle \varphi_A(\vec{r}_1) | \leftrightarrow \rangle e^{-i\pi} + \langle \varphi_B(\vec{r}_1) | \updownarrow \rangle) \cdot (\langle \varphi_A(\vec{r}_1) | \leftrightarrow \rangle e^{i\pi} + \langle \varphi_B(\vec{r}_1) | \updownarrow \rangle)$$

Elvégezve a beszorzásokat összesen négy tagot fogunk kapni. A kifejezés láthatóan nagyon "zsúfoltnak" hat. Célszerű lesz ezért egy "rövidített" jelölést bevezetni. Tudjuk, hogy a D_1 detektor az \vec{r}_1 helyen mér, és a hely koordináta egyedül a $\varphi_A(\vec{r}_1)$ és a $\varphi_B(\vec{r}_1)$ kifejezésekben szerepel ezért itt az \vec{r}_1 -eket nem fogjuk kiírni. Ezzel írható a következő:

$$P(\vec{r}_1) = \frac{1}{4} [\langle \varphi_A | \varphi_A \rangle \langle \leftrightarrow | \leftrightarrow \rangle + \langle \varphi_B | \varphi_B \rangle \langle \updownarrow | \updownarrow \rangle + \langle \varphi_A | \varphi_B \rangle \langle \leftrightarrow | \updownarrow \rangle e^{-i\pi} + \langle \varphi_B | \varphi_A \rangle \langle \updownarrow | \leftrightarrow \rangle e^{i\pi}]$$

Használjuk ki azt, hogy a polarizációs állapotok ortogonálisak és normáltak. Azaz:

$$\langle \updownarrow | \leftrightarrow \rangle = \langle \leftrightarrow | \updownarrow \rangle = 0 \quad \text{és} \quad \langle \leftrightarrow | \leftrightarrow \rangle = \langle \updownarrow | \updownarrow \rangle = 1$$

Így visszaírva az \vec{r}_1 -eket az adódik, hogy:

$$P(\vec{r}_1) = \frac{1}{4} [\langle \varphi_A(\vec{r}_1) | \varphi_A(\vec{r}_1) \rangle + \langle \varphi_B(\vec{r}_1) | \varphi_B(\vec{r}_1) \rangle]$$

Az előzőekben már elmondottak miatt, bármelyik ágból is jöjjön a foton biztosan az \vec{r}_1 - helyen lesz, tehát: $\langle \varphi_A(\vec{r}_1) | \varphi_A(\vec{r}_1) \rangle = \langle \varphi_B(\vec{r}_1) | \varphi_B(\vec{r}_1) \rangle = 1$

Ezért

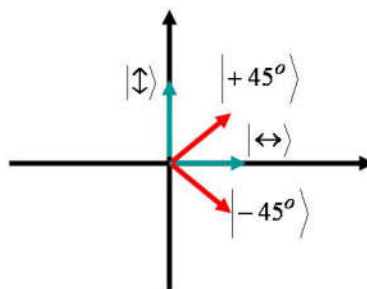
$$P(\vec{r}_1) = \frac{1}{2}$$

Ugyanilyen számítással megkaphatjuk a másik, a 2-es kimeneten is a foton megjelenésének a valószínűségét. Erre is az adódik, hogy:

$$P(\vec{r}_2) = \frac{1}{2}$$

Ez tehát azt jelenti, hogy D_1 és a D_2 detektorok véletlenszerűen jeleznek 50%-50%-os valószínűséggel. Eredményünket a következőképpen interpretálhatjuk. Mivel az interferométer **A** és **B** ágát a fotonok polarizációjával megjelöltük ezért a második nyalábosztó után is megkülönböztethető lesz a $|\varphi_A\rangle$ és a $|\varphi_B\rangle$ állapot. Ugyanis a nyalábosztó a fotonok polarizációs állapotára semmiféle hatással nincsen. Ezért a második nyalábosztó után nem a $|\varphi_A\rangle$ és a $|\varphi_B\rangle$ állapotok szuperpozícióját kell venni, hanem a $\langle \varphi_A | \varphi_A \rangle$ és a $\langle \varphi_B | \varphi_B \rangle$ intenzitásokat kell összeadni. Ez az oka az interferencia eltűnésének. (Hasonló módon, mint azt a kétréses kísérletnél tapasztaltuk.)

Térjünk rá az egyfotonos kvantumradír mérésre. Vizsgáljuk meg, hogy mi történik, ha a D_1 és D_2 detektorok elé beteszünk egy-egy 45° -os szögben elfordított polárszűrőt (11. ábra). A 45° -os szögben elfordított polarizátor természetesen egy új (állapot) bázist jelöl ki Ezt a 12. ábrán egy "geometriai rajzzal" szemléltettük. Ebből a fázisviszonyok könnyen kiolvashatók. Ismételten hangsúlyozzuk, hogy ez az ábra **a polarizáció állapotok terében van** és nem a háromdimenziós terünkben!



12. ábra

A vízszintes és a függőleges polarizációs állapotok egyszerűen megadhatók ebben a bázisban:

$$|\leftrightarrow\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|+45^\circ\rangle + |-45^\circ\rangle) \quad \text{és} \quad |\updownarrow\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|+45^\circ\rangle - |-45^\circ\rangle)$$

Ezután a második nyálábosztó 1-es kimeneténél, de még a polarizátor előtt a $|\varphi_{AB}^1\rangle$ foton állapot egyszerűen felírható ebben az új bázisban :

$$|\varphi_{AB}^1\rangle = \frac{1}{2}(|\varphi_A\rangle|\leftrightarrow\rangle e^{i\pi} + |\varphi_B\rangle|\uparrow\rangle) = \frac{1}{2}\left[|\varphi_A\rangle(|+45^\circ\rangle + |-45^\circ\rangle)\frac{1}{\sqrt{2}}e^{i\pi} + |\varphi_B\rangle(|+45^\circ\rangle - |-45^\circ\rangle)\frac{1}{\sqrt{2}}\right]$$

A 45° -os polárszűrő után a foton detektálásának valószínűsége a kvantummechanika törvényei alapján a jól ismert módon számolható ki.

$$P = \left|\langle 45^\circ | \varphi_{AB}^1 \rangle\right|^2$$

Határozzuk meg először az állapotok skalárszorzatát:

$$\langle +45^\circ | \varphi_{AB}^1 \rangle = \langle +45^\circ | \frac{1}{2}\left[|\varphi_A\rangle(|+45^\circ\rangle + |-45^\circ\rangle)\frac{1}{\sqrt{2}}e^{i\pi} + |\varphi_B\rangle(|+45^\circ\rangle - |-45^\circ\rangle)\frac{1}{\sqrt{2}}\right]$$

Azaz

$$\langle +45^\circ | \varphi_{AB}^1 \rangle = \frac{1}{2\sqrt{2}}\left[|\varphi_A\rangle(\langle +45^\circ | +45^\circ\rangle + \langle +45^\circ | -45^\circ\rangle)e^{i\pi} + |\varphi_B\rangle(\langle +45^\circ | +45^\circ\rangle - \langle +45^\circ | -45^\circ\rangle)\right]$$

Használjuk ki a bázisvektorok ortogonalitását és normáltságát, azaz:

$$\langle +45^\circ | +45^\circ\rangle = \langle -45^\circ | -45^\circ\rangle = 1 \quad \text{és} \quad \langle +45^\circ | -45^\circ\rangle = \langle -45^\circ | +45^\circ\rangle = 0$$

Ezzel az adódik, hogy:

$$\langle +45^\circ | \varphi_{AB}^1 \rangle = \frac{1}{2\sqrt{2}}[-|\varphi_A\rangle + |\varphi_B\rangle]$$

A D_1 az \vec{r}_1 helyen detektálja a fotont. A 45° -os polárszűrő után a foton polarizációs állapota mindig $|45^\circ\rangle$ függetlenül attól, hogy az A vagy a B ágon jött. Azaz a már ismert módon írhatjuk, hogy:

$$|\varphi(\vec{r}_1)\rangle \equiv |\varphi_A(\vec{r}_1)\rangle = |\varphi_B(\vec{r}_1)\rangle$$

és ezért

$$\langle +45^\circ | \varphi_{AB}(\vec{r}_1)\rangle = \frac{1}{2\sqrt{2}}[-|\varphi(\vec{r}_1)\rangle + |\varphi(\vec{r}_1)\rangle] = 0$$

Azaz

$$P(\vec{r}_1) = 0$$

A polarizátor mögé elhelyezett D_1 detektorba tehát nem jut foton! Az eredmény értelmezése a következő. A D_1 detektorba nem jut foton, mert a 45° -os polarizátor megszüntette az A és a B utak azonosítására szolgáló polarizációt. Hiszen a polarizátor után a foton mindig $|45^\circ\rangle$ polarizációs állapotban lesz. Azaz "kiradíroztuk az útmegjelölést". Így az A és a B ágból érkező fotonállapotok már megkülönböztethetetlenek. Ezért ezeket az állapotokat szuperponálni (azaz összeadni) kell. Így megkaptuk ugyanazt az eredményt, mint ami a fényhullámok interferenciájával adódott.

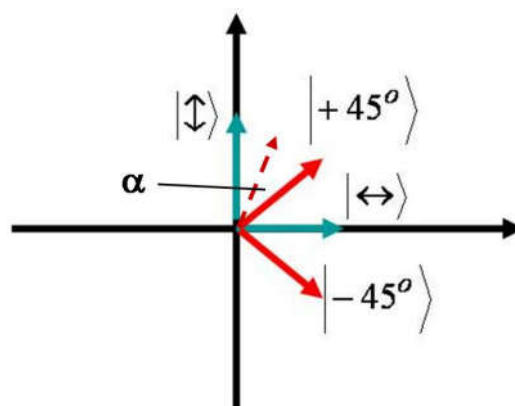
Csak hogy most **egyidejűleg mindössze egy foton volt** jelen az interferométerben! A megrögzült foton (részecske) szemléletünk szerint a foton vagy csak az A , vagy csak a B ágba haladhat. Azaz nem érzékelheti egyszerre az interferométer mindkét ágát. Ugyanakkor könnyű belátni, hogy ez a szemléletünk biztosan téves. Hiszen ha a foton nem érzékelné az interferométer mindkét ágát, akkor nem lenne interferencia és nem lehetne kioltást mérni a D_1 detektornál. A foton terjedése esetén tehát absztrakt "ket" állapotokat szuperponálunk. A kapott szuperponált állapotokból határozzuk meg a mérhető mennyiségeket. Azaz az elektron helyét és polarizációját. A mérés során mindig egy foton detektálunk. Töredék foton nem létezik.

A kvantumradír effektus tehát csak abban az esetben működik (és működik!), ha a foton pálya állapota a $|\varphi_A\rangle$ és $|\varphi_B\rangle$ állapotok lineáris szuperpozíciójaként adható meg. Ez azt jelenti, hogy a foton az egész interferométert befutja, vagyis mindkét ágból összeszedi a megfelelő fázis és polarizáció információt.

Hasonló számítással megmutatható, hogyha az interferométerbe (-45°)-os polarizátort helyezünk, akkor a D_1 detektornál

$$P(\vec{r}_1) = \frac{1}{2}$$

A D_1 detektor elé elhelyezett polarizátort természetesen bármilyen α szögbe beállíthatjuk. Ekkor a polarizátoron átjutó fotonok polarizációs állapota (definíció szerűen) $|\alpha\rangle$ lesz. Ezt a polarizációs állapotot célszerűen a $|-45^\circ\rangle, |+45^\circ\rangle$ bázisban adjuk meg. Ezt szemlélteti 13. ábra.



13. ábra

Ekkor a polarizátor utáni polarizációs állapot a következőképpen adható meg:

$$|\alpha\rangle = \cos \alpha \cdot |+45^\circ\rangle - \sin \alpha \cdot |-45^\circ\rangle$$

Mint azt az előbb már láthattuk, a kettes számú nyálábosztó 1-es kimenetén, de még az "α" polarizátor előtt a foton állapota a következő alakban adható meg:

$$|\varphi_{AB}^1\rangle = \frac{1}{2} (|\varphi_A\rangle|\leftrightarrow\rangle e^{i\pi} + |\varphi_B\rangle|\updownarrow\rangle)$$

Azaz áttérve a $|\pm 45^\circ\rangle$ -os bázisra, a már ismert alakot kapjuk.

$$|\varphi_{AB}^1\rangle = \frac{1}{2\sqrt{2}} [|\varphi_A\rangle(|+45^\circ\rangle + |-45^\circ\rangle) e^{i\pi} + |\varphi_B\rangle(|+45^\circ\rangle - |-45^\circ\rangle)]$$

Az "α" polarizátor után a foton detektálás valószínűsége

$$P = |\langle\alpha|\varphi_{AB}^1\rangle|^2$$

Ehhez ismét ki kell számítanunk a kijelölt skalár szorzatot, azaz:

$$\langle\alpha|\varphi_{AB}^1\rangle = (\cos\alpha \cdot \langle+45^\circ| - \sin\alpha \cdot \langle-45^\circ|) |\varphi_{AB}^1\rangle$$

Elvégezve a beszorzást kapjuk, hogy:

$$\langle\alpha|\varphi_{AB}^1\rangle = (\cos\alpha \cdot \langle+45^\circ|\varphi_{AB}^1\rangle - \sin\alpha \cdot \langle-45^\circ|\varphi_{AB}^1\rangle)$$

Beírva ide a $|\varphi_{AB}^1\rangle$ állapotot a skalár szorzatok elvégezhetők, majd a megfelelő átrendezés után adódik, hogy:

$$\langle\alpha|\varphi_{AB}^1\rangle = \frac{1}{2\sqrt{2}} [\cos\alpha \cdot \langle+45^\circ|+45^\circ\rangle (-|\varphi_A\rangle + |\varphi_B\rangle) - \sin\alpha \cdot \langle-45^\circ|-45^\circ\rangle (-|\varphi_A\rangle - |\varphi_B\rangle)]$$

Mivel a polarizációs bázis ortonormált, azaz $\langle+45^\circ|+45^\circ\rangle = \langle-45^\circ|-45^\circ\rangle = 1$, így:

$$\langle\alpha|\varphi_{AB}^1\rangle = \frac{1}{2\sqrt{2}} [\cos\alpha \cdot (|\varphi_B\rangle - |\varphi_A\rangle) + \sin\alpha \cdot (|\varphi_A\rangle + |\varphi_B\rangle)]$$

A polárszűrő után a foton polarizációja mindig ugyanaz, azaz polarizátor kiradírozta, az "útmegjelölést". Így a $|\varphi_A\rangle$ és $|\varphi_B\rangle$ állapotok már nem különböztethetők meg. A D_1 detektornál a foton pálya állapota tehát:

$$|\varphi(\vec{r}_1)\rangle \equiv |\varphi_A(\vec{r}_1)\rangle = |\varphi_B(\vec{r}_1)\rangle$$

Így a fenti összeg első tagja zérus lesz. Végül is azt kapjuk, hogy

$$\langle\alpha|\varphi_{AB}(\vec{r}_1)\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \sin\alpha \cdot |\varphi(\vec{r}_1)\rangle$$

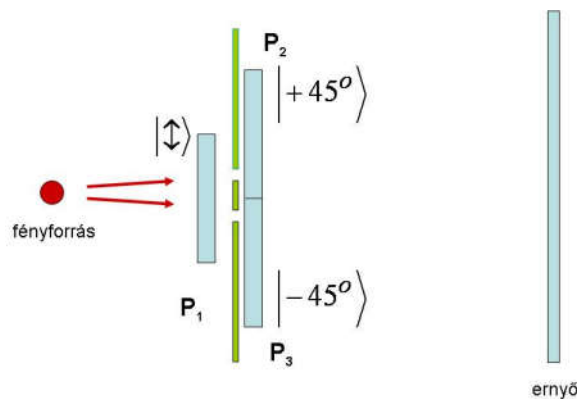
4. Mérési feladatok

1. Ismerkedés a Mach-Zehnder interferométerrel
2. A Mach-Zehnder interferométer karjaiban különböző polarizációs állapotok beállítása, azok megfigyelése, ellenőrzése polarizátor és ernyő használatával intenzív (kb. 1 mW) lézervény alkalmazása mellett.
3. A klasszikus (kvantum)radír effektus kimutatása intenzív lézernyaláb és 45°-os polarizátor beállítás mellett.
4. A kvantumradír effektus kimutatása gyengített fotonnal és a detektor elé helyezett polarizátor különböző szögű beállítása mellett; a fotonszámoló detektor jelének számítógépes rögzítése és az adatsorok feldolgozása.

5. Függelék

5.1. A Young-féle kvantumradír

A kvantumradír effektus kimutatására használható legegyszerűbb elrendezés a Young-féle interferométer (15. ábra). A kísérlet lényege ugyanaz, mint a Mach-Zehnder interferométer esetében. A nyílások elé helyezett P_1 , valamint a nyílások mögé állított P_2 és P_3 polarizátorokkal elérhető, hogy az interferencia megszűnjön, ami természetesen újra megjelenik, amint a P_2 és P_3 polarizátorokat eltávolítjuk.



15. ábra

Az interferencia a P_2 és P_3 eltávolítása nélkül is újra "visszavarázsolható", amint az ernyő elé helyezünk egy $|\uparrow\rangle$ állapotú újabb polárszűrőt, kiradírozva azt az információt, hogy melyik nyíláson haladt át a foton.

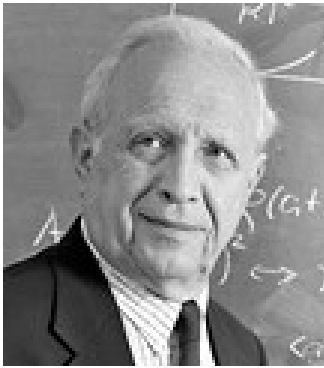
5.2. A foton polarizációja

Láttuk, hogy a foton detektálásának egyetlen módja és eszköze a foto(n)detektor. A detektor működésének az alapja a foton felfedezéséül szolgáló "fotoeffektus". Azaz a foton-elektron kölcsönhatás. Ma már zömmel "fotodiódát" használnak erre a célra. A diódára (pn átmenetre) beeső foton egy elektron-lyuk párt hoz létre. Megfelelő (záró irányú) "pn" előfeszítés esetén ez az elektron-lyuk pár lavinászerűen újabb töltéshordozók sokaságát kelti. Ezek azután egy elektromos jelet

produkálnak a dióda kimeneti vezetékén. A fotondetektorral tehát csak a foton jelenlétét tudjuk megmérni. Ugyanakkor $N \gg 1$ darab foton detektálása után (közelítőleg) meg tudjuk határozni a $P(\vec{r}, t) = |\vec{E}(\vec{r}, t)|^2$ valószínűséget is.

Láttuk, hogy a hullámoptikai megfigyeléseinkben a fény polarizációja fontos szerepet játszik. Pl. a fénypolarizátor, a kettőtörés, az optikai aktivitás, a Kerr effektus, a Pockel cella, stb... mind-mind a fény polarizációs tulajdonságának a megnyilvánulásai. Joggal merül fel a kérdés, hogy mindezek hogyan magyarázhatók a fény foton modelljével. Márpedig meg kell tudnunk magyarázni, hiszen a hullámoptika hátterében a fotonok kvantummechanikája működik. Ez a fontos tény az ún. "korrespondencia elv" kvantumoptikai megvalósulása. A korrespondencia elv érvényesülése igen fontos a fizikai (természettudományos) megismerés módszertanában. Ennek lényege az, hogy minden természeti törvény ún. "kerettörvény". Azaz meg kell adnunk a törvények érvényességi körét. Ha ezt a kört tágítjuk, akkor az új elmélet nem teszi érvénytelenné a régit, hiszen az továbbra is a "régit" keretek között működik. Az új elméletnek tehát "határesetben" vissza kell adnia a "régit" törvényeket. Pl. a speciális relativitáselmélet a fénynél jóval kisebb sebességeknél pontosan visszaadja a Newton-féle mozgástörvényeket. Hasonlóan a kvantummechanika is "makroszkopikus méretekben" visszaadja a newtoni mechanika törvényeit.

A kvantumoptikában ez a korrespondencia "nagyon sok független foton" jelenléte esetén valósul meg. Ezt a sokfotonos állapotot a fény "koherens állapotának" nevezzük. Ezen tény felfedezéséért és elméleti kidolgozásáért **2005-ben Roy J. Glauber** megosztott fizikai **Nobel díjat** kapott

	<p>Roy J. Glauber (sz: 1925)</p> <p>Fizikai Nobel díj 2005 (1/2 megosztásban)</p> <p>Indoklás: "... az optikai koherens állapotokkal kapcsolatos kutatásaiért"</p>
---	---

A foton és a fényhullám polarizációja közötti kapcsolat feltárása nem könnyű feladat. A hullámoptikában a fény polarizációját az $\vec{E}(\vec{r}, t)$ elektromos térerősség térbeli iránya adja meg. De a foto(n)detektor egyáltalán nem érzékeli az elektromos térerősség vektor jellegét. Márpedig nem lehet eléggé hangsúlyozni, hogy a foton megmérésének az egyetlen eszköze a foto(n)detektor. Azonkívül a "pontoszerűnek" detektált fotonhoz "nincsen hozzáragasztva" egy olyan vektor, amely valamilyen térbeli irányt fejezne ki. A megoldást máshol kell keresnünk!

Induljunk ki abból a tapasztalati tényből, hogy vannak olyan jelenségek, amelyekben a fény intenzitása függ a fény polarizációjától. Ilyen például a fenti kísérletben is szereplő polarizátor. A polarizátor egy megfelelő molekulaszervezettel rendelkező makroszkopikus méretű anyag. Ebben van egy kitüntetett térbeli irány az \vec{e}_0 , amelyet "optikai iránynak" neveztünk. Ha fény halad át a polarizátoron, akkor az anyag teljes egészében átengedi az \vec{e}_0 irányban polarizált fényt, de teljesen elnyeli a rá merőleges polarizációjú fényhullámokat. A **tapasztalat szerint** a jelenség független a fény intenzitásától. Azaz olyan gyenge fényerő esetén is érvényes, amikor a fotonok már egyenként

detektálhatók. Vagyis a fotonnak kell, hogy legyen egy olyan sajátos (mikroszkopikus) fizikai tulajdonsága, amelyik meghatározza azt, hogy a foton átmegy-e a polarizátoron vagy pedig elnyelődik benne. Joggal feltételezhetjük, hogy a fotonnak ezt a fizikai tulajdonságát a polarizátort felépítő molekulák elektronjai valamilyen módon érzékelik. Végeredményében tehát itt is egy foton-elektron kölcsönhatásról van szó.

A kísérletek és a fenti elméleti megfontolások után nyugodtan mondhatjuk a következőket. A polarizátoron átjutott fotonok egy adott ún. "polarizációs állapotban vannak". Definíció szerint jelölhetjük ezt pl. egy absztrakt $|\uparrow\rangle$ ket vektorral! Pontosan azért, egy absztrakt "kettel", hogy ne asszociálhassunk semmiféle konkrét klasszikus vektorra. Nyilvánvaló, hogy ennek a $|\uparrow\rangle$ **polarizációs állapotnak semmi köze a polarizátor által definiált térbeli \vec{e}_0 irányhoz.**

Az elnyelt fotonok polarizációs állapotát egy másik $|\leftrightarrow\rangle$ ket jelöli. Az így bevezetett "keteknek" konkrét nevet szoktunk adni. Ezek utalnak a makroszkopikus szinten (azaz nagyon sok, 10^{23} db foton esetén) tapasztalható hullámoptikai polarizációs tulajdonságokra. Ennek megfelelően a $|\leftrightarrow\rangle$ állapotot "horizontálisan polarizált foton állapotnak", a $|\uparrow\rangle$ ket vektort pedig "vertikálisan polarizált foton állapotnak" nevezzük. Ennek azonban semmi köze a térbeli "függőleges" és "vízszintes" irányokhoz. A kvantumelmélet egyik axiómája az "állapotok szuperpozíciójának elve". Ennek érvényesnek kell lennie a polarizációs állapotok esetén is. Azaz létezik a fotonnak egy olyan polarizációs állapota, amelyet a következő ket határoz meg.

$$|\times\rangle = p_v \cdot |\uparrow\rangle + p_H \cdot |\leftrightarrow\rangle$$

A kvantumelmélet általános szabályai szerint a "p_v" és a "p_H" komplex számok. Valamint a $|p_v|^2$ és a $|p_H|^2$ megadja annak a valószínűségét, hogy a foton a vertikális illetve a horizontális polarizált állapotban van.

Adott kísérleti elrendezés esetén a "p_v" és a "p_H" komplex számokat meg tudjuk határozni. Ehhez az kell, hogy ismerjük a használt optikai eszközöknek a fotonokra gyakorolt hatását. Ezt pedig a kvantumoptika tárgyalja.

6. Irodalom:

1. Geszti Tamás: Kvantummechanika

2. D. Ellerman: "A common fallacy in quantum mechanics...", jegyzet

http://jamesowenweatherall.com/SCPPRG/EllermanDavid2012Man_QuantumEraser2.pdf