

A válaszokat indokolni kell. Hivatkozni csak az előadáson tanultakra lehet.

1. Nyílt címzéssel hasheltünk egy kezdetben üres, 11 elemű táblába nyolc kulcsot, a  $h(k) = k$  maradéka 11-gyel osztva hash-függvényt és lineáris próbát használva. A beszúrások után az alábbi állapotot kaptuk:

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12				6	19	7	8	9	1

- (a) Magyarázza el, hogy hogyan került az 1-es kulcs a 10-es cellába a beszúrás során.  
 (b) A fenti táblából kitöröljük a 19-et, majd keressük a 30-at. Hogyan zajlik ez a keresés?  
 (c) A fenti táblából kitöröljük a 19-et és beszúrjuk a 20-at. Hogyan zajlik ez a beszúrás?
2. (a) Rajzolja fel az alábbi szomszédossági mátrixhoz tartozó irányított gráfot.

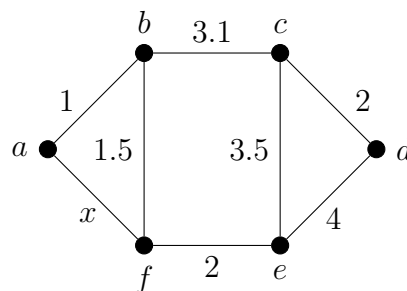
	A	B	C	D	E	F
A	0	1	1	1	1	0
B	0	0	0	0	0	0
C	0	1	0	1	0	0
D	0	0	0	0	0	1
E	0	0	0	1	0	1
F	0	0	0	0	0	0

- (b) Hajtson végre egy mélységi bejárást ezen a gráfon és a segítségével az órán tanult módszerrel döntse el, hogy ez a gráf DAG-e vagy sem.
3. Dijkstra algoritmusát használjuk az  $A, B, C, D, E$  csúcsokból álló irányított, élsúlyozott  $G$  gráfban az  $A$  kezdőcsúcsból, eközben az *eddigilegjobb* tömb így változik (az egyes sorok az *eddigilegjobb* tömb változását mutatják egy-egy csúcs KÉSZ halmazba kerülése után).

	A	B	C	D	E
*	1	$\infty$	5	$\infty$	
*	*	5	2	$\infty$	
*	*	4	*	$\infty$	
*	*	*	*	7	
*	*	*	*	*	

Adja meg a *honnant* tömb értékét az egyes lépések után (egy ugyanilyen méretű táblázat formájában) és indokolja is meg a választát.

4. Az alábbi gráfon, ahol az  $x$  élsúly nem ismert, futtatva Kruskal algoritmusát egy minimális feszítőfa keresésére az első három él, amit az eljárás beválaszt:  $ab, bf, fe$ . Adja meg  $x$  összes lehetséges értékét (röviden indokolva választát) és írja le, hogy mely éleket és milyen sorrendben választja be ezután az algoritmus és miért.



5. Adott egy  $n$  csúcsú bináris keresőfa, amiben minden nem-levél csúcsnak két gyereke van és amiben néhány csúcs zöldre van színezve (a többi színtelen). Adjon  $O(n)$  lépésszámú eljárást, ami eldönti, hogy van-e a fának olyan nem-levél csúcsa, aminek jobb és bal részfájában ugyanannyi zöld csúcs található.
6. Egy téli napon egy országban rengeteg helyen esett ónos eső, a közlekedést felügyelő szervezet az utakat kategóriákba sorolta: 1-es a biztonságos útszakasz, 2-es a kicsit veszélyes, 3-as pedig a járhatatlan. Az ország úthálózatának ónos eső utáni helyzetét egy élsúlyozott irányítatlan gráf írja le, ahol csúcsok a városok, élek a városok között vezető utak, az élek súlya pedig a felügyelet által az útra kiadott kategória száma (1-es, 2-es vagy 3-as).

El szeretnénk dönteni, hogy el tudunk-e menni az  $A$  városban levő lakásunkból a  $B$  városban levő nyaralónkba úgy, hogy végig biztonságos utakon haladunk. Melyik tanult algoritmust lehet alkalmazni, hogyan és miért, ha  $O(n^2)$  lépésben választ akarunk kapni (szokás szerint  $n$  a csomópontok száma)?