ANALÍZIS 2. | 1. PÓTZÁRTHELYI | 2014. március 27.
Mérnök-informatikus szak | BME, Mat. Int., Analízis Tsz. | Munkaidő: 90 perc

**1. feladat (12 pont)**
Oldja meg a következő differenciálegyenletet! (Elég az implicit alak.)

$$y' = \frac{y^2 - 4}{x^2 + 5}$$

**2. feladat (14 pont)**
Határozza meg a következő differenciálegyenlet általános megoldását! ($x \neq 0$)

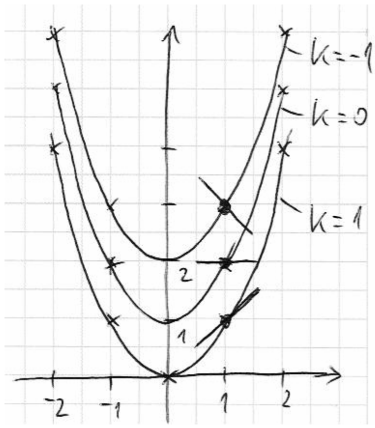
$$y' = x^3 e^x + \frac{2y}{x}$$

**3. feladat (12 pont)**
Alkalmas helyettesítéssel oldja meg a következő differenciálegyenletet! (A megoldást explicit alakban adja meg!)

$$y' = (3x + y)^2 + 1$$

**4. feladat (6+6=12 pont)**

Az ábrán látható parabolák egy elsőrendű, explicit differenciálegyenlet $K = -1, 0, +1$ értékekhez tartozó izoklinái egy-egy vonalelemmel.
a) Határozza meg a differenciálegyenletet!
b) Határozza meg az $(1, 2)$ ponton áthaladó megoldás első két deriváltját ebben a pontban! Milyen lokális tulajdonságai vannak itt a megoldásnak?




**5. feladat (14 pont)**
Határozza meg a következő differenciálegyenlet általános megoldását!

$$y^{(4)} + 2y'' + y = 4x^2 + 5$$

**6. feladat (12 pont)**
Határozza meg azt a legalacsonyabb rendű, homogén, állandó együtthatós, lineáris differenciálegyenletet, melynek az $5x$ és a $2e^{2x}\cos(3x)$ függvény megoldása! Írja föl az egyenlet általános megoldását is!

**7. feladat (6+4=10 pont)**
a) Határozza meg a következő rekurzióval definiált sorozat általános elemét!

$$f(n+2) = 4f(n+1) - 3f(n)$$

b) Mennyi $f(0)$ értéke, ha tudjuk, hogy $f(10) = 5$ és a sorozat korlátos?

**8. feladat (5+5+4=14 pont)**
Konvergensek-e a következő sorok?

$$a)\ \sum_{n=0}^{\infty} \frac{n!}{n^n}, \qquad b)\ \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{3+n}{3+2n}\right)^{n^2}, \qquad c)\ \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{\sqrt[n]{n^2+5}}.$$